

Dělitelnost v množině přirozených čísel (5)

1. Základní pojmy

V praxi se setkáváme s otázkami:

- Kolikrát jsi byl u moře? – 3 krát.
- Kolik bylo na zábavě lidí? – Asi 257 lidí.
- Kolikátý doběhl? – 11 - tý.

Přirozeně používáme celá kladná čísla.

Def: Přirozená čísla jsou všechna celá kladná čísla. Značíme $N = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; \dots\}$
Poznámka: označení N od anglického Natural - přirozený

Pravidla dělitelnosti v N :

- (2) Číslo je dělitelné dvěma, právě když je sudé, tj. končí některou z číslic 0, 2, 4, 6, 8.
- (3) Číslo je dělitelné třemi, právě když jeho ciferný součet je dělitelný třemi.
- (4) Číslo je dělitelné čtyřmi, právě když jeho poslední dvojčíslí je dělitelné čtyřmi.
- (5) Číslo je dělitelné pěti, právě když jeho zápis končí nulou nebo pětkou.
- (6) Číslo je dělitelné šesti, právě když je dělitelné dvěma a zároveň třemi.
- (9) Číslo je dělitelné devíti, právě když jeho ciferný součet je dělitelný devíti.
- (10) Číslo je dělitelné deseti, právě když jeho zápis končí nulou.

Př: Dvě čísla: $a = 24$ $b = 36$. Jsou obě dělitelné dvěma? → Pak dvojka je dělitelem těchto čísel.
Která další čísla? 3, 6, 8 NE, 9 NE, 12. Dělitelem c je číslo 2, nebo 3, 4, 6, nebo 12.

Def: Největší společný dělitel čísel a, b je největší číslo z množiny dělitelů obou těchto čísel.
Značíme $D(a,b)$, např. $D(24,36)=12$. $D(27,18)=9$.

Př: $a = 6$, $b = 4$. Najděte aspoň dvě číslo tak, aby byla dělitelná oběma čísly a, b . (12, 24, 36, ..120, ..972)
Jaké jsou násobky čísla čtyři: 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**, 40, 44, **48**,
Jaké jsou násobky čísla šest: 6, **12**, 18, **24**, 30, **36**, 42, **48**, 54,

Def: Nejmenší společný násobek čísel a, b je nejmenší z množiny čísel, která jsou oběma čísly a, b dělitelná.
Značíme $n(a,b)$, např. $n(4,6)=12$. $n(6,9)=18$

Př: Určete všechny dělitele čísla 18: 18/1,2,3,6,9,18 16/1,2,4,8,16 29/1,29

Def: Prvočíslo je každé přirozené číslo, které má právě dva různé dělitele, číslo 1 a sebe sama. Podle tohoto vymezení **NENÍ 1** prvočíslem. $p = 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47, \dots$

Def: Složené číslo je každé přirozené číslo, které aspoň tři různé dělitele.

Def: Každé složené číslo lze napsat jako součin prvočísel. Tento součin se nazývá prvočíselným rozkladem.

2. Prvočísla

- 1) Z daných čísel zakroužkujte prvočísla:
16, 47, 15, 49, 29, 21, 8, 13, 31, 27, 39, 6, 44, 30, 25
VH: 16, **47**, 15, 49, **29**, 21, 8, **13, 31**, 27, 39, 6, 44, 30, 25
- 2) Z daných čísel zakroužkujte prvočísla:
18, 37, 9, 50, 2, 22, 45, 48, 27, 33, 12, 49, 39, 21, 41
VH: 18, **37**, 9, 50, **2**, 22, 45, 48, 27, 33, 12, 49, 39, 21, **41**
- 3) Z daných čísel zakroužkujte prvočísla:
43, 23, 10, 7, 25, 48, 49, 32, 17, 4, 36, 15, 22, 26, 42
VH: **43, 23**, 10, **7**, 25, 48, 49, 32, **17**, 4, 36, 15, 22, 26, 42
- 4) Z daných čísel zakroužkujte prvočísla:
14, 20, 35, 46, 9, 16, 3, 33, 11, 39, 19, 42, 5, 27, 18
VH: 14, 20, 35, 46, 9, 16, **3, 33, 11**, 39, **19**, 42, **5**, 27, 18
- 5) Vypište všechna prvočísla menší než 50.
VH: 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,
(53,59,61,67,71,73,79,83,89,97,101)

3. Dělitelnost v N pro nerovnost

- 1) Zapište všechna přirozená čísla x , která jsou násobkem čísla 3 a platí:
 $105 \leq x < 126$
Běoun: 105, 108, 111, 114, 117, 120, 123
- 2) Najděte všechna přirozená čísla dělitelná čtyřmi, pro která platí:
 $116 < x \leq 132$
Běoun: 120, 124, 128, 132
- 3) Zapište všechna přirozená čísla x , která jsou násobkem čísla 3 a platí:
 $213 \leq x < 228$
VH: 213, 216, 219, 222, 225
- 4) Najděte všechna přirozená čísla dělitelná čtyřmi, pro která platí:
 $204 < x \leq 224$
VH: 208, 212, 216, 220, 224

4. Dělitelnost v N - doplňování

- 1) Doplňte vynechanou číslici tak, aby vzniklo číslo, které je dělitelné čtyřmi. Je-li více možností, zapište všechny.
 $2\square4$
Běoun: 0, 2, 4, 6, 8
- 2) Doplňte vynechanou číslici tak, aby vzniklo číslo, které je dělitelné čtyřmi. Je-li více možností, zapište všechny.
 $13\square$
Běoun: 2, 6
- 3) Doplňte vynechanou číslici tak, aby vzniklo číslo, které je dělitelné čtyřmi. Je-li více možností, zapište všechny.
 $1\square3$
Běoun: NŘ

- 4) Doplňte vynechanou číslici tak, aby vzniklo číslo, které je dělitelné čtyřmi. Je-li více možností, запиšte všechny.
 $58\boxed{}2$
 Běloun: 1, 3, 5, 7, 9
- 5) Najděte chybějící číslici tak, aby vzniklé číslo bylo násobkem čísla devět. Je-li více možností, uveďte všechny.
 $24\boxed{}$
 Běloun: 3
- 6) Najděte chybějící číslici tak, aby vzniklé číslo bylo násobkem čísla devět. Je-li více možností, uveďte všechny.
 $1\boxed{}8$
 Běloun: 0, 9
- 7) Najděte chybějící číslici tak, aby vzniklé číslo bylo násobkem čísla devět. Je-li více možností, uveďte všechny.
 $3\boxed{}0$
 Běloun: 6
- 8) Najděte chybějící číslici tak, aby vzniklé číslo bylo násobkem čísla devět. Je-li více možností, uveďte všechny.
 $\boxed{}21$
 Běloun: 6
- 9) Doplňte chybějící číslici tak, aby vzniklé číslo bylo dělitelné šesti. Uveďte všechny možnosti.
 $24\boxed{}$
 Běloun: 0, 6
- 10) Doplňte chybějící číslici tak, aby vzniklé číslo bylo dělitelné šesti. Uveďte všechny možnosti.
 $7\boxed{}3$
 Běloun: NŘ
- 11) Doplňte chybějící číslici tak, aby vzniklé číslo bylo dělitelné šesti. Uveďte všechny možnosti.
 $\boxed{}50$
 Běloun: 1, 4, 7
- 12) Doplňte chybějící číslici tak, aby vzniklé číslo bylo dělitelné šesti. Uveďte všechny možnosti.
 $37\boxed{}$
 Běloun: 2, 8

5. Prvočíselný rozklad

- 1) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 1620
 Sb-MM: $1620 = 2.2.3.3.3.3.5 \dots$ str.15/5.1-a)
- 2) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 1288
 Sb-MM: $1288 = 2.2.2.7.23 \dots$ str.15/5.1-b)
- 3) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 14850
 Sb-MM: $14850 = 2.3.3.3.5.11 \dots$ str.15/5.1-c)
- 4) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 1728

- VH: $1728 = 2.2.2.2.2.3.3.3$
- 5) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 2430
 VH: $2430 = 2.3.3.3.3.5$
- 6) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 4050
 VH: $4050 = 2.3.3.3.5.5$
- 7) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 1215
 VH: $1215 = 3.3.3.3.5$
- 8) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 1400
 VH: $1400 = 2.2.2.5.7$
- 9) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 1188
 VH: $1188 = 2.2.3.3.3.11$
- 10) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 2646
 VH: $2646 = 2.3.3.3.7.7$
- 11) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 2025
 VH: $2025 = 3.3.3.3.5.5$
- 12) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 2100
 VH: $2100 = 2.2.3.5.5.7$
- 13) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 9000
 VH: $9000 = 2.2.2.3.3.5.5.5$
- 14) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 8100
 VH: $8100 = 2.2.3.3.3.3.5.5$
- 15) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 3510
 VH: $3510 = 2.3.3.3.5.13$
- 16) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 2736
 VH: $2736 = 2.2.2.2.3.3.19$
- 17) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 2754
 VH: $2754 = 2.3.3.3.3.17$
- 18) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 8125
 VH: $8125 = 5.5.5.5.13$
- 19) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 2625
 VH: $2625 = 3.5.5.5.7$
- 20) Určete prvočíselný rozklad čísla:
 2070
 VH: $2070 = 2.3.3.5.23$
- 21) Určete prvočíselný rozklad čísla:

2880

VH: 2880 = 2.2.2.2.2.2.3.3.5

6. $D(a,b)$, $n(a,b)$

- 1) Určete:
 $D(4,6)$, $n(4,6)$
 VH: 4=2.2, 6=2.3, $D(4,6)=2$, $n(4,6)=12$
- 2) Určete:
 $D(8,20)$, $n(8,20)$
 VH: 8=2.2.2, 20=2.2.5, $D(8,20)=4$, $n(8,20)=40$
- 3) Určete:
 $D(12,18)$, $n(12,18)$
 VH: 12=2.2.3, 6=2.3.3, $D(12,18)=6$, $n(12,18)=36$
- 4) Určete:
 $D(28,42)$, $n(28,42)$
 VH: 28=2.2.7, 42=2.3.7, $D(28,42)=14$, $n(28,42)=84$
- 5) Určete:
 $D(60,24)$, $n(60,24)$
 VH: 24=2.2.2.3, 60=2.2.3.5, $D(60,24)=12$, $n(60,24)=120$
- 6) Určete:
 $D(60,315)$, $n(60,315)$
 VH: 315=3.3.5.7, 60=2.2.3.5, $D(60,315)=15$, $n(60,315)=1260$
- 7) Určete:
 $D(90,315)$, $n(90,315)$
 VH: 315=3.3.5.7, 90=2.3.3.5, $D(90,315)=45$, $n(90,315)=630$
- 8) Určete:
 $D(60,126)$, $n(60,126)$
 VH: 126=2.3.3.7, 60=2.2.3.5, $D(60,126)=6$, $n(60,126)=1260$
- 9) Určete:
 $D(315,126)$, $n(315,126)$
 VH: 126=2.3.3.7, 315=3.3.5.7, $D(315,126)=63$, $n(315,126)=630$
- 10) Určete:
 $D(72,126)$, $n(72,126)$
 VH: 126=2.3.3.7, 72=2.2.2.3.3, $D(72,126)=18$, $n(72,126)=504$
- 11) Určete:
 $D(72,60)$, $n(72,60)$
 VH: 60=2.2.3.5, 72=2.2.2.3.3, $D(72,60)=12$, $n(72,60)=360$
- 12) Určete:
 $D(72,90)$, $n(72,90)$
 VH: 90=2.3.3.5, 72=2.2.2.3.3, $D(72,90)=18$, $n(72,90)=360$
- 13) Určete:
 $D(72,315)$, $n(72,315)$
 VH: 315=3.3.5.7, 72=2.2.2.3.3, $D(72,315)=9$, $n(72,315)=2520$
- 14) Určete:
 $D(144,126)$, $n(144,126)$
 VH: 126=2.3.3.7, 144=2.2.2.2.3.3, $D(144,126)=18$, $n(144,126)=1008$
- 15) Určete:
 $D(144,180)$, $n(144,180)$
 VH: 180=2.2.3.3.5, 144=2.2.2.2.3.3, $D(144,180)=36$, $n(144,180)=720$

- 16) Určete:
 $D(126,180)$, $n(126,180)$
 VH: 180=2.2.3.3.5, 126=2.3.3.7, $D(126,180)=18$, $n(126,180)=1260$
- 17) Určete:
 $D(315,180)$, $n(315,180)$
 VH: 180=2.2.3.3.5, 315=3.3.5.7, $D(315,180)=45$, $n(315,180)=1260$
- 18) Určete:
 $D(72,88)$, $n(72,88)$
 VH: 88=2.2.2.11, 72=2.2.2.3.3, $D(72,88)=8$, $n(72,88)=792$
- 19) Určete:
 $D(144,132)$, $n(144,132)$
 VH: 132=2.2.3.11, 144=2.2.2.2.3.3, $D(144,132)=12$, $n(144,132)=1584$
- 20) Určete:
 $D(180,132)$, $n(180,132)$
 VH: 132=2.2.3.11, 180=2.2.3.3.5, $D(180,132)=12$, $n(180,132)=1980$
- 21) Určete:
 $D(315,210)$, $n(315,210)$
 VH: 210=2.3.5.7, 315=3.3.5.7, $D(315,210)=105$, $n(315,210)=630$

7. $D(a,b,c)$, $n(a,b,c)$

- 1) Určete:
 $D(8, 12, 20)$, $n(8, 12, 20)$
 VH: $D(8, 12, 20)=4$, $n(8, 12, 20)=120$
- 2) Určete:
 $D(99,110, 66)$, $n(99,110, 66)$
 VH: $D(99,110, 66)=11$, $n(99,110, 66)=990$
- 3) Určete:
 $D(60, 90, 150)$, $n(60, 90, 150)$
 VH: $D(60, 90, 150)=30$, $n(60, 90, 150)=900$
- 4) Určete:
 $D(28, 42, 98)$, $n(28, 42, 98)$
 VH: $D(28, 42, 98)=14$, $n(28, 42, 98)=588$
- 5) Určete:
 $D(1440, 1944, 2400)$, $n(1440, 1944, 2400)$
 VH: $D(1440, 1944, 2400)=72$, $n(1440, 1944, 2400)=194400$