

Výrazy s mocninami s racionálním exponentem (5)

1. Mocniny prvočísel

1) Zjednodušte:

$$\frac{(15^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{-\frac{1}{3}})^3}{(25^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{\frac{1}{8}})^2} : \frac{\sqrt{\sqrt[3]{9}}}{\sqrt[3]{3} \sqrt[4]{27}}$$

Prošková, SOŠ, G-Pe: $\sqrt[4]{3^{17}}$

2) Zjednodušte:

$$\frac{(10^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{-\frac{1}{2}})^{-3}}{(5^{\frac{1}{4}} \cdot 4^{\frac{1}{8}})^2} : \frac{\sqrt{2} \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2} \sqrt[4]{4}}$$

VŠE, Prošková: $\frac{\sqrt{2^8}}{\sqrt{5^3}}$

3) Zjednodušte:

$$\frac{(10^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{-\frac{1}{2}})^{-3}}{(25^{\frac{1}{4}} \cdot 4^{\frac{1}{8}})^2} : \frac{\sqrt{2} \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2} \sqrt[4]{8}}$$

SOŠ: $\sqrt[4]{2^{15}}$

4) Zjednodušte:

$$\frac{(15^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{-\frac{1}{3}})^2}{(25^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{\frac{1}{8}})^{-2}} : \frac{\sqrt{\sqrt[3]{9}}}{\sqrt[3]{3} \sqrt[4]{27}}$$

VH: $\sqrt[4]{3^{11}}$

5) Zjednodušte:

$$\left[\left(3^{\frac{11}{12}} \right)^{\frac{1}{6}} \cdot \left(3^{\frac{1}{6}} \right)^{\frac{1}{6}} \right] : \left(3^{\frac{1}{6}} \right)^{\frac{1}{6}}$$

Prošková: $3^{\frac{1}{6}}$

6) Zjednodušte:

$$\left[\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} : \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 3^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

SMP, VŠE, Prošková: $\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}$

2. Odmocniny v Q

1) Zjednodušte:

$$\sqrt[4]{\left(\frac{\sqrt[3]{b} \cdot b^{-1}}{\sqrt{b}} \right)^{-3}}$$

VH: $\sqrt[4]{b^7}$

2) Zjednodušte:

$$\sqrt[5]{\left(\frac{\sqrt{m} \cdot m^{-2}}{m^{\frac{1}{3}}} \right)^{-2}}$$

VŠE, Prošková: $\sqrt[15]{m^{11}}$

3) Zjednodušte:

$$\sqrt[5]{\left(\frac{\sqrt{a} \cdot a^{-1}}{\sqrt[3]{a}} \right)^{-3}}$$

SOŠ: \sqrt{a}

4) Zjednodušte:

$$\sqrt[3]{\left(\frac{\sqrt[4]{y} \cdot y^{-2}}{\sqrt{y}} \right)^{-4}}$$

VH: y^3

5) Zjednodušte:

$$\frac{\sqrt[3]{a^{-2}} \sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{\sqrt{a^4}} \sqrt{a^{-3}}}$$

VŠE, Prošková: $\sqrt[3]{a^5}$

6) Zjednodušte:

$$\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[12]{a^5}}$$

Prošková: $\sqrt{a^3}$

7) Zjednodušte:

$$\frac{a \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a}}{\sqrt[5]{a^4} \sqrt[3]{a^2} \cdot a^{-\frac{1}{2}}}$$

Prošková: $\sqrt[5]{a^7}$

8) Zjednodušte:

$$\frac{\sqrt{a^{1-x}} \cdot \sqrt[3]{a^{1+x}}}{\sqrt[6]{a^{5x-1}}}$$

Prošková: a^{1-x}

9) Zjednodušte:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2}{b^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^3}{b^3}}$$

VŠE, Prošková: $\sqrt[24]{\left(\frac{a}{b}\right)^{29}}$

3. Základní úpravy

1) Zjednodušte:

$$\frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{5}}}$$

VH: $\sqrt[12]{5}$

2) Zjednodušte:

$$\frac{\sqrt[3]{2^5}}{\sqrt[3]{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}}$$

JH: 2

3) Zjednodušte:

$$\frac{\sqrt[4]{\sqrt[3]{7}} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt[4]{7}}$$

$$\text{JH: } \sqrt[3]{7}$$

4) Zjednodušte:

$$\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[6]{3^4}}{\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}}}$$

$$\text{VH: } \sqrt[12]{3^{13}}$$

5) Zjednodušte:

$$\frac{\sqrt[3]{7^5}}{\sqrt[3]{\sqrt{7}} \cdot \sqrt{7}}$$

$$\text{JH: } 7$$

6) Zjednodušte:

$$\sqrt[3]{4^5} \cdot \sqrt[3]{4^{-2}} \cdot \sqrt{4^{-3}}$$

$$\text{JH: } \frac{1}{2}$$

7) Zjednodušte:

$$\frac{\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt{5^3}}{\sqrt{\sqrt[3]{5}} \cdot \sqrt{5}}$$

$$\text{JH: } 5\sqrt{5}$$

8) Zjednodušte:

$$\sqrt{x} \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x} \sqrt{x}$$

$$\text{VŠE, Prošková: } \sqrt[6]{x^7}$$

9) Zjednodušte:

$$\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}$$

$$\text{VŠE, Prošková: } \sqrt[12]{a^{23}}$$

10) Zjednodušte:

$$\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{b^3}}} \cdot \sqrt{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}}$$

$$\text{SOŠ: } a^{\frac{1}{3}} b^0 = \sqrt[6]{a}$$

11) Zjednodušte:

$$a^{-1} \left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + a^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Prošková: } 1$$

12) Zjednodušte:

$$\frac{\sqrt[6]{a^5} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt[3]{b^{-1}}}{\sqrt[6]{ab}}$$

$$\text{Prošková: } a^{\frac{2}{3}} b^0 = \sqrt[3]{a^2}$$

13) Zjednodušte:

$$\sqrt[3]{y^2} \cdot \sqrt{x^3} : \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y^{-1}}$$

$$\text{Prošková: } y^{\frac{2}{3}} x^0 = \sqrt[6]{y^5}$$

14) Zjednodušte:

$$\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{b}{a \cdot a}}$$

$$\text{Prošková: } b^{\frac{1}{2}} a^0 = \sqrt{b}$$

15) Zjednodušte:

$$\frac{\sqrt{y^{-\frac{1}{3}}} \sqrt[3]{y^{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt{a \sqrt[3]{y}}}{\sqrt[3]{a \cdot y}}$$

$$\text{Prošková: } a^{\frac{1}{6}} y^0 = \sqrt[6]{a}$$

4. Různé

1) Zjednodušte:

$$\left[\left(\frac{a\sqrt{2}}{2\sqrt{a}} \right)^{\frac{1}{4}} : \left(\frac{2a^{-1}}{\sqrt[4]{2a^4}} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \left(\frac{3\sqrt[4]{a^5} \cdot (6a)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[6]{27}} \right)^{-1}$$

$$\text{G-Pe: } a$$

2) Zjednodušte:

$$\sqrt[4]{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{2}}{2}} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{6a}}{3 \cdot \sqrt[8]{a^5}} =$$

$$\text{G-Pe: } a$$

3) Zjednodušte:

$$\left(\sqrt[9]{\frac{a+b}{\sqrt{a^2-b^2}}} \right)^2 : \sqrt[4]{\frac{a+b}{a-b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a-b}{a+b}}$$

$$\text{G-Pe: } \sqrt[18]{\frac{a-b}{a+b}}$$

4) Zjednodušte:

$$\frac{\left[(x-y)^{\frac{3}{5}} \right]^{\frac{4}{3}} + \sqrt[10]{(x-y)^{-8}}}{\sqrt[3]{(x-y)^{-2}}}$$

$$\text{G-Pe: } \frac{2}{\sqrt[3]{(x-y)^2}}$$

5. Maturitní příklady

1) Pro všechna reálná čísla $x \in \langle 0; \infty \rangle$ je možné výraz $\sqrt{x^3} \cdot \sqrt{x^4} \cdot \sqrt{x^5}$ upravit do tvaru x^k , kde $k \in \mathbb{N}$. Jaká je hodnota k ? **(1 bod)**

CERMAT-10i: $k = 6$

2) Pro $d \geq 0$ upravte na co nejjednodušší tvar: **(1 bod)**

$$\sqrt{2d^3} \cdot \sqrt{18d} =$$

$$\text{CERMAT-11j: } 6d^2$$

3) Pro $t > 0$ upravte na bez odmocniny: **(1 bod)**

$$t\sqrt{50} \cdot \sqrt{18t^2} =$$

CERMAT-11jp: $30r^2$
4) Upravte:

(3 body)

A) $(a^{-1} \cdot a^2)^3$

B) $\left(\frac{a^{-1}}{a^{-1}}\right)^2$

C) $\sqrt{a^4 \cdot a^{12}}$

CERMAT-13j: $a^3; a^6; a^8$

5) Pro $n \in N, y \in R$ zjednodušte na tvar bez odmocniny:

(2 body)

$$\sqrt{4n^5 \cdot 9n^5} =$$

$$\sqrt{4 \cdot 4y^{16} + 9y^{16}} =$$

CERMAT-14ii: $6n^5; 5y^8$