

## Výrazy s mocninami s celočíselným exponentem (5)

### 1. Pravidla pro mocniny

Nutný základ pro úpravy výrazů se součinem jsou tyto pravidla pro mocniny:

|                           |                                |   |                                       |
|---------------------------|--------------------------------|---|---------------------------------------|
| 1) $a^0 = 1$              | 4) $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$   | 7) $(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$                              | 10) $\sqrt[r]{x^m} = x^{\frac{m}{r}}$ |
| 2) $a^1 = a$              | 5) $\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$ | 8) $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$               |                                       |
| 3) $a^{-1} = \frac{1}{a}$ | 6) $(a^r)^s = a^{r \cdot s}$   | 9) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \left(\frac{b}{a}\right)^1$ |                                       |

### 2. Násobení a krácení mocnin, mocnina součinu

1) Vypočtete:

a)  $\frac{m^4 \cdot m^{-3} \cdot m}{(m^{-2})^3} =$

b)  $\frac{(2 \cdot x \cdot y)^4}{x^2 \cdot y^5} =$

VH: a)  $m^8$       b)  $\frac{16x^2}{y}$

2) Vypočtete:

a)  $\frac{m \cdot m^{-2} \cdot m^4}{(m^3)^{-2}} =$

b)  $\frac{(2 \cdot y \cdot x)^3}{y^2 \cdot x^6} =$

VH: a)  $m^9$       b)  $\frac{8y}{x^2}$

3) Vypočtete:

a)  $\frac{m \cdot m^{-5} \cdot m^6}{(m^2)^{-4}} =$

b)  $\frac{(2 \cdot y \cdot x)^5}{y^7 \cdot x^4} =$

VH: a)  $m^{10}$       b)  $\frac{32x}{y^2}$

4) Vypočtete:

a)  $\frac{m^5 \cdot m \cdot m^{-4}}{(m^{-2})^4} =$

b)  $\frac{(2 \cdot x \cdot y)^6}{x^7 \cdot y^2} =$

VH: a)  $m^{10}$       b)  $\frac{64y^4}{x}$

5) Vypočtete:

a)  $\frac{m^3 \cdot m \cdot m^{-2}}{(m^2)^{-5}} =$

b)  $\frac{(3 \cdot x \cdot y)^3}{x^2 \cdot y^5} =$

VH: a)  $m^{12}$       b)  $\frac{27x}{y^2}$

### 3. Mocniny zlomků

1) Vypočtete:

$\left[\left(\frac{4}{3} - \frac{3}{4}\right)^{-1} \cdot \frac{2}{3}\right]^2 \cdot \left[\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot \frac{7}{12}\right]^2 =$

VH:  $\frac{64}{25}$

2) Vypočtete:

$\left[\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot \frac{7}{12}\right]^2 \cdot \left[\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \frac{5}{12}\right]^2 =$

VH:  $\frac{49}{9}$

3) Vypočtete:

$\left[\left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \frac{5}{9}\right]^2 \cdot \left[\left(\frac{5}{4} - \frac{2}{3}\right)^{-1} \cdot \frac{8}{12}\right]^2 =$

VH:  $\frac{16}{9}$

4) Vypočtete:

$\left[\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8}\right)^{-1} \cdot \frac{3}{4}\right]^2 \cdot \left[\left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot \frac{2}{3}\right]^2 =$

VH:  $\frac{9}{4}$

5) Vypočtete:

$\left[\left(\frac{5}{4} - \frac{2}{3}\right)^{-1} \cdot \frac{5}{12}\right]^2 \cdot \left[\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot \frac{7}{12}\right]^2 =$

VH: 1

### 4. Mocniny záporných čísel

1) Vypočtete:

$-3^3 - (-2)^5 + (-7)^1 + 6^0 + (-4)^2 - 5^2 =$

VH: -10

2) Vypočtete:

$-2^5 - (-3)^3 + 8^0 + (-5)^2 + (-6)^1 - 4^2 =$

VH: -1

3) Vypočtete:

$-6^2 + (-9)^1 + (-3)^3 - (-2)^4 + 4^0 + (-8)^2 =$

VH: -23

4) Vypočítejte:  
 $-5^2 + 9^0 + (-4)^1 - (-2)^5 - 3^3 + (-6)^2 =$   
 VH: 13

5) Vypočítejte:  
 $-2^5 + (-5)^2 + 3^3 + (-1)^4 + 7^0 + (-8)^1 =$   
 VH: 14

### 5. Úpravy mocnin

1) Vypočítejte:  

$$\frac{(x^{-3})^2 \cdot (y^6)^{-1} \cdot (x^2 \cdot y)^{-1}}{(x \cdot y^2)^{-2} \cdot y^0 \cdot x} =$$
  
 VH:  $\frac{1}{xy}$

2) Vypočítejte:  

$$\frac{(x^{-2})^3 \cdot (y^1)^{-6} \cdot (x^2 \cdot y^{-3})^{-1}}{(x \cdot y^3)^{-2} \cdot x^0 \cdot y^2} =$$
  
 VH:  $\frac{1}{x^2 y}$

3) Vypočítejte:  

$$\frac{(x^5)^{-1} \cdot (y^{-2})^2 \cdot (x \cdot y^2)^{-1}}{(x^2 \cdot y)^{-3} \cdot y^{-3} \cdot x^0} =$$
  
 VH:  $\frac{x^2}{y^2}$

4) Vypočítejte:  

$$\frac{(x^{-2})^2 \cdot (y^5)^{-1} \cdot (x \cdot y^2)^{-1}}{(x \cdot y^2)^{-2} \cdot y^{-3} \cdot x^0} =$$
  
 VH:  $\frac{1}{xy^3}$

5) Vypočítejte:  

$$\frac{(x^7)^{-1} \cdot (y^{-4})^2 \cdot (x \cdot y)^{-2}}{(x^3 \cdot y^2)^{-2} \cdot y^0 \cdot x^{-3}} =$$
  
 VH:  $\frac{1}{x^2 y^2}$

6) Vypočítejte:  

$$\frac{(x^{-3})^5 \cdot (y^{-1})^3 \cdot (x^{-3} \cdot y^2)^6}{x^{-2} \cdot y^{-2} \cdot y^0 \cdot y^{-7} \cdot (x \cdot y^2)^3} =$$
  
 LT:  $\frac{x^8}{y^{14}}$

### 6. Mocniny prvočísel

1) Vypočítejte:  

$$\left(\frac{4 \cdot 2^2 \cdot 3^3}{5^2 \cdot 2^3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{3^5 \cdot 5^{-1}}{5^2 \cdot 8^2}\right)^2$$
  
 $\frac{3}{2^{18}}$

2) Vypočítejte:  

$$\frac{(-8)^5 \cdot 10^3 \cdot 12}{9^4 \cdot 6^4 \cdot (-10)^3}$$
  
 Sb-rce:  $\frac{2^{13}}{3^{11}}$  ...str. 42/4.1.15 – 1)

3) Vypočítejte:  

$$\frac{24^2 \cdot (-27)^2}{(-12)^3 \cdot 18^2}$$
  
 Sb-rce:  $-\frac{3}{2^2}$  ...str. 42/4.1.15 – 2)

4) Vypočítejte:  

$$\frac{(-12)^4 \cdot (-45)^3 \cdot 70^2}{(-60)^3 \cdot 18^2 \cdot (-75)^4}$$
  
 Sb-rce:  $\frac{2^2 \cdot 7^2}{3 \cdot 5^6}$  ...str. 42/4.1.15 – 3)

### 7. Mocniny zlomků

1) Vypočítejte:  

$$\frac{2^{-2} + 2^0}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}$$
  
 Sb-rce:  $\frac{1}{4}$  ...str. 43/4.1.16 – 5)

2) Vypočítejte:  

$$\frac{(0,6)^0 - (0,1)^{-1}}{\left(\frac{3}{23}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 + \left(\frac{-1}{3}\right)^{-1}}$$
  
 Sb-rce:  $-\frac{3}{2}$  ...str. 43/4.1.16 – 6)

3) Vypočítejte:  

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} - 30(-3)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}}{3^0 + 3^{-2}}$$
  
 VH:  $\frac{11}{2}$

4) Vypočítejte:  

$$\frac{\left(\frac{21}{3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{-3}{2}\right)^{-1}}{(0,1)^{-1} - (0,4)^0}$$
  
 VH:  $-\frac{5}{81}$

5) Vypočítejte:  

$$\frac{5^{-5} \cdot 0,1^{-4} + \left(\frac{1}{7}\right)^0 - 5^{-1}}{(-2)^{-2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}}$$
  
 Sb-rce: 2 ...str. 43/4.1.16 – 7)

**8. Maturitní příklady**

- 1) Z obou následujících vztahů vyjádřete proměnnou  $t$ : **(2 body)**  
 $s = 0,5(t + u)$   
 $t^{-1} + z = 2$   
 CERMAT-10g:  $t = 2s - u$ ;  $t = \frac{1}{2-z}$
- 2) Kolikrát větší je číslo  $10^{17}$  než součet čísel  $3,2 \cdot 10^{15}$  a  $8 \cdot 10^{14}$ ? **(2 body)**  
 CERMAT-11i:  $25 - \text{krát}$
- 3) Pro  $a > 0$  upravte na co nejjednodušší tvar: **(1 bod)**  
 $\frac{a^3}{2^2} - \left(\frac{2}{a}\right)^{-3} =$   
 CERMAT-11j:  $\frac{a^2}{8}$
- 4) Pro  $n > 0$  upravte na co nejjednodušší tvar: **(1 bod)**  
 $\left(\frac{3}{n}\right)^{-2} - n \cdot \frac{n}{6^2}$   
 CERMAT-11jp:  $\frac{n^2}{12}$
- 5) Zjednodušte výraz: **(2 body)**  
 $4^x(4^{x+1} - 3 \cdot 4^x) =$   
 CERMAT-11p:  $4^{2x}$
- 6) Vyjádřete jako jedinou mocninu se základem 2 výraz: **(2 body)**  
 $2^{200} \cdot 2^{100} + 8^{100}$   
 CERMAT-12i:  $2^{301}$
- 7) Vypočtete: **(1 bod)**  
 $[10^4 - (8 \cdot 10^4 - 73 \cdot 10^3)]^2 =$   
 CERMAT-12p: 9 000 000
- 8) Odečtete: **(1 bod)**  
 $3x^{102} \cdot x^{100} - 2(x^{99} \cdot x^{103})$   
 CERMAT-13i:  $x^{202}$
- 9) Zjednodušte a vyjádřete jako mocninu celého čísla: **(1 bod)**  
 $\frac{(3 \cdot 5)^{60}}{5^{60}} \cdot 3^{120} =$   
 CERMAT-13p:  $3^{180}$
- 10) Pro  $a \in R \setminus \{0\}$  upravte výraz: **(2 body)**  
 $a^2 \left[ \frac{1}{a} - \left(1 - \frac{2}{a}\right) \right]^2 =$   
 CERMAT-14ii:  $(3 - a)^2 = a^2 - 6a + 9$
- 11) Výraz (s proměnnou  $a \in R$ ) zjednodušte tak, aby neobsahoval závorky. **(2 body)**  
 $3[a - a(a - 1)]^2 =$   
 CERMAT-14j:  $3a^4 - 12a^3 + 12a^2$
- 12) Vypočtete jednu třetinu z  $3^{3k+3}$ , kde  $k \in Z$ . **(1 bod)**  
 CERMAT-14j:  $3^{3k+2}$
- 13) Pro  $a \in R \setminus \{0\}$  upravte výraz: **(2 body)**  
 $a^2 \left[ \frac{1}{a} - \left(1 - \frac{2}{a}\right) \right]^2 =$   
 CERMAT-15i:  $a^2 - 6a + 9$

- 14) Pro  $y \in R$  proveďte: **(1 bod)**  
 $\frac{(2 \cdot y^2)^{100} \cdot y^{100}}{(2^4)^{50}}$   
 CERMAT-15p:  $\frac{y^{300}}{2^{100}}$
- 15) Zjednodušte: **(1 bod)**  
 $\frac{(3^3 \cdot 2)^{100}}{3^{150} \cdot (3 \cdot 2^2)^{50}} =$   
 CERMAT-16p:  $3^{100}$
- 16) Pro  $a \in R$  je dán výraz. Výraz zjednodušte. Určete, pro která reálná čísla  $a$  má výraz smysl (tj. podmínky). **(3 body)**  
 $\frac{a - a^{-1}}{a^0 - a^2}$   
 CERMAT-18p:  $\frac{1}{a}; a \neq 0, 1, -1$
- 17) Vypočtete 50 % z čísla  $2^{1000}$ . Výsledek vyjádřete rovněž ve tvaru mocniny. **(1 bod)**  
 CERMAT-19j:  $2^{999}$