

Logaritmická funkce (4)

1. Základní pojmy

Logaritmus je inverzní („přibuzná“) funkce k funkci exponenciální.

$\log_a x \dots$ čteme: „logaritmus o základu a z x .“

a – základ $a \in (0;1) \cup (1;\infty)$

$\log x = \log_{10} x \dots$ dekadický logaritmus

$\ln x = \log_e x \dots$ přirozený logaritmus, $e = 2,7\dots$ - Eulerovo (přirozené číslo)

Logaritmická pravidla

- 1) $\log_a x + \log_a y = \log_a x \cdot y$
- 2) $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$
- 3) $n \cdot \log_a x = \log_a x^n$
- 4) $\log_a a = 1$
- 5) $\log_a 1 = 0$

Vlastnosti logaritmické funkce

$D(f) = (0; \infty)$ $P: x > 0$; $H(f) = (-\infty; \infty)$
rost($0; \infty$) *pro* $a \in (0;1)$; *kles*($0; \infty$) *pro* $a \in (1; \infty)$
 h, d, MAX, MIN – *není*
prostá, ani sudá, ani lichá
 $P_x [1; 0]; P_y$ – *není*

2. Graf klesající logaritmické fce

1) Načrtněte graf funkce a určete vlastnosti:

$$g: y = \log_{\frac{1}{3}} x$$

2) Načrtněte graf funkce a určete vlastnosti:

$$h: y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

3) Načrtněte graf funkce a určete vlastnosti:

$$f: y = \log_{\frac{1}{4}} x$$

4) Načrtněte graf funkce a určete vlastnosti:

$$k: y = \log_{\frac{1}{5}} x$$

3. Graf rostoucí logaritmické fce

1) Načrtněte graf funkce a určete vlastnosti:

$$g: y = \log_3 x$$

2) Načrtněte graf funkce a určete vlastnosti:

$$h: y = \log_4 x$$

3) Načrtněte graf funkce a určete vlastnosti:

$$f: y = \log_5 x$$

4) Načrtněte graf funkce a určete vlastnosti:

$$k: y = \log_6 x$$

4. Hodnoty logaritmických výrazů I.

1) Určete hodnotu výrazu:

$$3 \cdot \log_{\frac{9}{4}} 4 + 2 \cdot \log_3 9^4 - 4 \cdot \log_{\frac{1}{4}} 16 - 5 \cdot \log_9 1 + 5 \cdot \log_{\frac{1}{8}} 8 =$$

$$\text{VH: } 3 \cdot (-2) + 2 \cdot 4 \cdot 2 - 4 \cdot (-2) + 5 \cdot (-3) = 3$$

2) Určete hodnotu výrazu:

$$2 \cdot \log_{10} 0,1 - 8 \cdot \log_8 8 + 3 \cdot \log_{\frac{9}{25}} \left(\frac{9}{25}\right)^2 - 5 \cdot \log_{\frac{1}{5}} 25 + 4 \cdot \log_3 \frac{1}{27} =$$

$$\text{VH: } 2 \cdot (-1) - 8 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 2 - 5 \cdot (-2) + 4 \cdot (-3) = 0$$

3) Určete hodnotu výrazu:

$$4 \cdot \log_{\frac{1}{2}} 4 + 2 \cdot \log_{10} 1000 - 9 \cdot \log_7 \frac{1}{7} + 5 \cdot \log_{\frac{1}{3}} 9^2 + 3 \cdot \log_6 36 =$$

$$\text{VH: } 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 - 9 \cdot (-1) + 5 \cdot 2 \cdot (-2) + 3 \cdot 2 = -7$$

4) Určete hodnotu výrazu:

$$2 \cdot \log_2 8^{-3} + 7 \cdot \log_3 1 - 3 \cdot \log_{\frac{1}{4}} \frac{25}{16} + 8 \cdot \log_{0,1} 0,01 + 5 \cdot \log_{\frac{1}{7}} 7 =$$

$$\text{VH: } 2 \cdot (-3) \cdot 3 + 7 \cdot 0 - 3 \cdot (-2) + 8 \cdot 2 + 5 \cdot (-1) = -1$$

5) Určete hodnotu výrazu:

$$5 \cdot \log_5 \frac{1}{5} - 6 \cdot \log_{\frac{9}{16}} \frac{9}{16} + 4 \cdot \log_{\frac{1}{3}} 27 + 2 \cdot \log_6 36^3 - 3 \cdot \log_2 16 =$$

$$\text{VH: } 5 \cdot (-1) - 6 \cdot (-2) + 4 \cdot (-3) + 2 \cdot 3 \cdot 2 - 3 \cdot 4 = -5$$

6) Určete hodnotu výrazu:

$$6 \cdot \log_{\frac{3}{7}} \frac{3}{7} + 3 \cdot \log_2 4^{-3} - 4 \cdot \log_5 \frac{1}{25} + 2 \cdot \log_3 27 + 5 \cdot \log_{\frac{1}{4}} 4 =$$

$$\text{VH: } 6 \cdot 1 + 3 \cdot (-3) \cdot 2 - 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 5 \cdot (-1) = -3$$

7) Určete hodnotu výrazu:

$$2 \cdot \log_{\frac{1}{3}} 81 + 7 \cdot \log_6 \frac{1}{36} + 3 \cdot \log_2 16^2 + 4 \cdot \log_{\frac{2}{3}} \frac{27}{8} + 5 \cdot \log_3 \frac{1}{9} =$$

$$\text{VH: } 2 \cdot (-4) + 7 \cdot (-2) + 3 \cdot 2 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot (-2) = 4$$

8) Určete hodnotu výrazu:

$$3 \cdot \log_{10} 0,01 - 8 \cdot \log_4 \frac{1}{4} + 4 \cdot \log_{\frac{1}{3}} 5^2 + 2 \cdot \log_3 27 - 3 \cdot \log_{\frac{3}{4}} \frac{36}{4} =$$

$$\text{VH: } 3 \cdot (-2) - 8 \cdot (-1) + 4 \cdot 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 3 - 3 \cdot (-2) = 6$$

5. Hodnoty logaritmických výrazů II.

1) Určete hodnotu výrazu:

$$\log_{16} \frac{1}{2} - \log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{2}$$

$$\text{VŠE: } -\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{12}$$

2) Určete hodnotu výrazu:

$$\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[4]{3} - \log_8 \frac{1}{4}$$

$$\text{VŠE: } -\frac{1}{4} - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{12}$$

3) Určete hodnotu výrazu:

$$\log_{\frac{1}{6}} 6 - \log_{32} \frac{1}{8}$$

$$\text{VŠE: } -1 - \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{2}{5}$$

4) Určete hodnotu výrazu:

$$\log_{\frac{1}{5}} \sqrt{5^{-1}} - \log_{64} \frac{1}{16}$$

$$\text{VŠE: } \frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{7}{6}$$

5) Určete hodnotu výrazu:

$$\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2} - \log_{32} \frac{1}{16}$$

$$\text{VŠE: } -\frac{1}{2} - \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{3}{10}$$

6) Určete hodnotu výrazu:

$$\log_5 \frac{1}{\sqrt[5]{5}} - \log_{\frac{1}{3}} 16$$

$$\text{VŠE: } -\frac{1}{2} - (-4) = \frac{7}{2}$$

7) Určete hodnotu výrazu:

$$\log_8 \sqrt[3]{2} - \log_{\frac{1}{4}} 8$$

$$\text{VŠE: } \frac{1}{9} - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{29}{18}$$

8) Určete hodnotu výrazu:

$$\log_4 \sqrt[3]{2} - \log_{\frac{1}{8}} 32$$

$$\text{VŠE: } \frac{1}{6} - (-\frac{5}{3}) = \frac{11}{6}$$

9) Určete hodnotu výrazu:

$$\log_{\frac{1}{16}} 64 - \log_3 \sqrt[3]{3}$$

$$\text{VŠE: } -\frac{3}{2} - (-\frac{1}{2}) = -1$$

10) Určete hodnotu výrazu:

$$\log_2 \sqrt[4]{\frac{1}{2}} - \log_{\frac{1}{16}} 32$$

$$\text{VŠE: } -\frac{1}{4} - (-\frac{5}{4}) = 1$$

11) Určete hodnotu výrazu:

$$\log_{\sqrt[3]{2}} 4 - \log_8 \sqrt[3]{2}$$

$$\text{VŠE: } 6 - (-\frac{1}{6}) = \frac{37}{6}$$

12) Určete hodnotu výrazu:

$$\log \sqrt{\frac{10}{\sqrt[3]{10}}} - \log_{\sqrt{2}} 4$$

$$\text{VŠE: } \frac{1}{3} - 4 = -\frac{11}{3}$$

13) Určete hodnotu výrazu:

$$\log_5 \sqrt{\frac{5}{\sqrt[3]{5}}} - \log_{\sqrt{3}} 27$$

$$\text{VŠE: } \frac{1}{3} - 6 = -\frac{17}{3}$$

14) Určete hodnotu výrazu:

$$\log_{11} \sqrt{\frac{11}{\sqrt[3]{11}}} + \log_{13} \sqrt[3]{\frac{1}{13}}$$

$$\text{VŠE: } \frac{1}{3} + (-\frac{1}{3}) = 0$$

15) Určete hodnotu výrazu:

$$\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{4}$$

$$\text{VŠE: } -4$$

6. Doplňování logaritmů do tabulky

1) Doplňte tabulku

x	$\frac{1}{4}$		0		0,5		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{16}$	
$\log_{\frac{1}{2}} x$		-3		3		-1		0		2

x	$\frac{1}{4}$	8	0	$\frac{1}{8}$	0,5	2	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
$\log_{\frac{1}{2}} x$	2	-3	NŘ	3	1	-1	NŘ	0	4	2

2) Doplňte tabulku

x		0		$\frac{1}{8}$		0,5		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{16}$
$\log_2 x$	-2		3		2		1		0	

x	$\frac{1}{4}$	0	8	$\frac{1}{8}$	4	0,5	2	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{16}$
$\log_2 x$	-2	NŘ	3	-3	2	-1	1	NŘ	0	-4

3) Doplňte tabulku

x	$\frac{1}{4}$		0		0,25		$-\frac{1}{4}$		$\frac{1}{16}$	
$\log_{\frac{1}{4}} x$		-2		3		-1		0		-3

x	$\frac{1}{4}$	16	0	$\frac{1}{64}$	0,25	4	$-\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{16}$	64
$\log_{\frac{1}{4}} x$	1	-2	NŘ	3	1	-1	NŘ	0	2	-3

4) Doplňte tabulku

x	81		$\frac{1}{27}$		0		9		$-\frac{1}{9}$	
$\log_3 x$		-2		0		-1		1		3

x	81	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	1	0	$\frac{1}{3}$	9	3	$-\frac{1}{9}$	27
$\log_3 x$	4	-2	-3	0	NŘ	-1	2	1	NŘ	3

5) Doplňte tabulku

x	3		0		$\frac{1}{9}$		$-\frac{1}{3}$		-27	
$\log_{\frac{1}{3}} x$		-3		3		-1		0		-2

x	3	27	0	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	3	$-\frac{1}{3}$	1	-27	9
$\log_{\frac{1}{3}} x$	-1	-3	NŘ	3	2	-1	NŘ	0	NŘ	-2

6) Doplňte tabulku

x		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{16}$		0		$\frac{1}{8}$		0,5
$\log_2 x$	1		0		-2		5		2	

x	2	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	0	32	$\frac{1}{8}$	4	0,5
$\log_2 x$	1	NŘ	0	-4	-2	NŘ	5	-3	2	-1

7) Doplňte tabulku

x	10		0		$\frac{1}{10}$		-10		100	
$\log x$		-2		4		-1		0		-3

x	10	$\frac{1}{100}$	0	10000	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	-10	1	100	$\frac{1}{1000}$
$\log x$	1	-2	NŘ	4	-1	-1	NŘ	0	2	-3

8) Doplňte tabulku

x	$-\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		25		$\frac{1}{125}$		0	
$\log_5 x$		3		-2		1		0		-1

x	$-\frac{1}{5}$	125	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{25}$	25	5	$\frac{1}{125}$	1	0	$\frac{1}{5}$
$\log_5 x$	NŘ	3	-1	-2	2	1	-3	0	NŘ	-1