

Permutace, variace, kombinace (6)

1. Variace bez opakování

- 1) Určete počet všech čtyřciferných přirozených čísel sestavených z číslic 1, 3, 5, 8, 9 tak, že se v něm každá číslice vyskytuje nejvýše jednou.
VH: $5.4.3.2=120$
- 2) Určete počet všech trojiciferných přirozených čísel sestavených z číslic 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9 tak, že se v něm každá číslice vyskytuje nejvýše jednou.
VH: $7.6.5=210$
- 3) Určete počet všech trojiciferných přirozených čísel sestavených z číslic 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 tak, že se v něm každá číslice vyskytuje nejvýše jednou.
VH: $8.7.6=336$
- 4) Na parkovišti je pět míst. Kolika způsoby tam může zaparkovat 7 různých automobilů?
VH: $7.6.5.4.3=2\ 520$
- 5) Určete počet všech přirozených čísel menších než 500, v jejichž zápisu jsou pouze cifry 3, 5, 7, 9, každá nejvýše jednou.
VH: $(1.3.2 = 6) + (4.3 = 12) + (4) = 22$
- 6) Kolik uspořádaných trojic lze vytvořit z devíti různých prvků, jestliže v nich žádný prvek neopakuje?
VH: $9.8.7=504$
- 7) Kolika způsoby lze rozdělit tři medaile mezi 13 účastníků soutěže?
VH: $13.12.11=1\ 716$
- 8) Kolika způsoby lze rozdělit tři medaile mezi 12 účastníků soutěže?
VH: $12.11.10=1\ 320$
- 9) Kolik uspořádaných čtveřic lze vytvořit z osmi různých prvků, jestliže se v nich žádný prvek neopakuje?
VH: $8.7.6.5=1\ 680$
- 10) Určete kolika způsoby lze sestavit rozvrh na jeden den pro třídu, v níž se vyučuje dvanácti předmětům a každému nejvýše jednu vyučovací hodinu denně, má-li se skládat ze šesti vyučovacích hodin. V kolika z nich se vyskytuje daný předmět a v kolika z nich je tento předmět zařazen na 1. vyučovací hodinu?
 $V_6(12)=665\ 280$, $6.V_5(11)=332\ 640$, $V_5(11)=55\ 440$
- 11) O telefonním čísle svého spolužáka si František zapamatoval jen to, že je šestimístné, začíná sedmičkou, neobsahuje žádné dvě stejné číslice a je dělitelné pětadvaceti. Určete kolik telefonních čísel přichází v úvahu.
 $2.V_3(7)=420$

2. Vlajka

- 1) Vlajka je složena ze tří různobarevných pruhů. K dispozici jsou barvy bílá, červená, modrá, zelená, žlutá. Kolik vlajek lze sestavit, a kolik z nich má modrý pruh?
Nyd: 60, 36
- 2) Vlajka je složena ze tří různobarevných pruhů. K dispozici jsou barvy bílá, červená, modrá, zelená, žlutá, černá. Kolik vlajek lze sestavit, a kolik z nich má modrý pruh uprostřed?
VH: 120, 20
- 3) Vlajka je složena ze tří různobarevných pruhů. K dispozici jsou barvy bílá, červená, modrá, zelená, žlutá. Kolik vlajek lze sestavit, a kolik z nich nemá zelený pruh uprostřed?
VH: 60, 48

- 4) Vlajka je složena ze tří různobarevných pruhů. K dispozici jsou barvy bílá, červená, modrá, zelená. Kolik vlajek lze sestavit, a kolik z nich nemá bílý pruh uprostřed?
VH: 24, 18

3. Permutace

- 1) Kolika způsoby lze rozsadit pět hostů do pěti křesel stojících v jedné řadě?
VH: $5!=120$
- 2) Na parkovišti je šest míst. Kolika způsoby tam může zaparkovat 6 různých automobilů?
VH: $6!=720$
- 3) Čtyři poslanci mají projev. Určete počet všech možných pořadí.
VH: $4!=24$
- 4) Kolika způsoby lze rozsadit šest hostů do šesti křesel stojících v jedné řadě?
VH: $6!=720$
- 5) Kolika způsoby lze na polici rozmístit 8 knih?
VH: $8!=40\ 320$
- 6) Kolik slov vznikne přemístěním písmen slova LAMPION?
VH: $7!=5040$
- 7) Kolik slov vznikne přemístěním písmen slova KLADIVO?
VH: $7!=5040$
- 8) Kolik slov vznikne přemístěním písmen slova RADOST?
VH: $6!=720$
- 9) Kolik slov vznikne přemístěním písmen slova RYPADLO?
VH: $7!=5\ 040$
- 10) Kolik slov vznikne přemístěním písmen slova RAKEV?
VH: $5!=120$
- 11) Kolik slov vznikne přemístěním písmen slova MRKEV?
VH: $5!=120$
- 12) Kolika způsoby můžete seřadit do fronty 7 zákazníků?
VH: $7!=5\ 040$
- 13) V lavici sedí 5 žáků v jedné řadě. Kolika způsoby je můžeme přesadit?
VH: $5!=120$
- 14) Pan Komárek, Loudal a Mlynář soutěží v běhu na 42 m. Kolik různých výsledků může mít tato soutěž.
VH: $P(3) = 6$.

4. Variace s opakováním

- 1) Je rodina se čtyřmi dětmi. Kolik je možností, jestliže rozlišujeme věk dítěte a pohlaví?
VH: $2.2.2.2=16$
- 2) Kolik je možných výsledků při pěti hodech mincí?
VH: 32
- 3) Kolik možností může padnout při jednom vrhu dvěma kostkami?
VH: 36
- 4) Kolik různých pěticiferných čísel lze vytvořit z číslic 2, 5?
VH: 32
- 5) Kolik vrhů lze provést třemi kostkami?
VH: 216
- 6) Kolik různých pěticiferných čísel lze vytvořit z číslic 2, 5, 8?
VH: 243

- 7) Trezor má pěti místný kód sestavený z číslic 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Kolik možných kódů lze vytvořit?
VH: 59 049
- 8) Trezor má pěti místný kód sestavený z číslic 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Kolik možných kódů lze vytvořit?
VH: 59 049
- 9) Určete, kolik značek Morseovy abecedy lze vytvořit sestavením teček a čárek do skupin o čtyřech prvcích.
VH: 16
- 10) Určete počet všech čtyřciferných přirozených čísel sestavených z číslic 1, 3, 5, 8, 9.
VH: 625
- 11) Kufřík má zámek s pěti kotoučky, na nichž jsou číslice 0,1,2,39. Zámek se otevře, když je nastaveno pěticeforné číslo, které je "heslem". Majitel kufříku zapomněl heslo a pamatuje si pouze číslici na místě stovek. Kolik musí vyzkoušet všech možných pěticeforných čísel.
VH: 10 000
- 12) Anglická abeceda má 26 písmen. Kolik z ní lze teoreticky vytvořit čtyřpísmenných slov?
VH: 456 976
- 13) Určete, kolik značek Morseovy abecedy lze vytvořit sestavením teček a čárek do skupin o jednom až čtyřech prvcích.
VH: 30
- 14) Kolik různých výsledků je při hodu 2x mincí.
VH: $V_2(2) = 4$
- 15) Kolik kódů lze nastavit na zámku u kola, který má dva kotouče s čísly {1, 2, 3, 4, 5}?
VH: $V_2(5) = 25$

5. Variace bez, s opakováním - čísla s nulou či podmínkou

- 1) Kolik různých pěticeforných čísel lze sestavit z číslic 0, 2, 3?
Sb-MM: 2.3.3.3.3=162...str.87/7.1
- 2) Určete počet všech čtyřciferných čísel tvořených z cifer {0,1,2, ...,9} tak, aby se číslice neopakovaly.
VH: 4536
- 3) Určete počet všech čtyřciferných čísel tvořených z cifer {0,2,5,6,7,8} tak, aby se číslice neopakovaly.
VH: 300
- 4) Určete počet všech tříforných čísel tvořených z cifer {0,2,3,5,6,7,8} tak, aby se číslice neopakovaly.
VH: 180
- 5) Určete počet všech čtyřciferných čísel tvořených z cifer {0,2,3,5,7,8,9} tak, aby se číslice neopakovaly.
VH: 720
- 6) Kolik pěticeforných čísel je možné sestavit z číslic {0,1,3,4,7}?(čísllice se nesmějí opakovat).
PF JCU: 96
- 7) Kolik šesticeforných čísel je možno sestavit z číslic {1,2,3,4,5,6}, mají-li čísla začínat číslicí 4. (čísllice se nesmějí opakovat).
PF JCU: 120
- 8) Kolik dvojiceforných čísel lze vytvořit z číslic {4, 7, 9, 0} tak, aby se cifry neopakovaly?
VH: 9
- 9) Kolik je všech dvojiceforných čísel?

VH: 90

6. Dělitelnost

- 1) Určete počet všech čtyřciferných čísel **dělitelných pěti** tvořených z cifer {0,2,3,5,6,7,8} tak, aby se číslice neopakovaly.
VH: 220
- 2) Určete počet všech čtyřciferných čísel **dělitelných dvěma** tvořených z cifer {0,2,6,7,8} tak, aby se číslice neopakovaly.
VH: 78
- 3) Určete počet všech čtyřciferných čísel **dělitelných pěti** tvořených z cifer {0,2,5,6,7,8} tak, aby se číslice neopakovaly.
VH: 108
- 4) Určete počet všech čtyřciferných čísel **dělitelných dvěma** tvořených z cifer {0,2,5,6,7,8} tak, aby se číslice neopakovaly.
VH: 204

7. Kombinace

- 1) Určete, kolika způsoby lze vybrat z 26 žáků 3 zástupce třídy.
VH: $C_3(26) = 2600$
- 2) Určete, kolika způsoby lze vybrat namátkou 4 výrobky z dodávky 30 ks.
VH: $C_4(30) = 27 405$
- 3) Ve třídě je 28 žáků. V hodině budou vyvoláni dva. Kolik je možností?
VH: $C_2(28) = 378$
- 4) Kolika způsoby lze vybrat z 20 vojáků tříčlennou hlídku?
VH: $C_3(20) = 1140$
- 5) Kolik různých přímek je určeno vrcholy krychle?
VH: $C_2(8) = 28$
- 6) Kolika způsoby lze vybrat družstvo na volejbal (6 lidí) ze skupiny 9 studentů?
VH: $C_3(9) = 84$
- 7) V Matesu se tipuje 5 čísel z 35. Kolik je všech možností?
VH: 324 632
- 8) Ve skladu je 10 výrobků, mezi nimi jsou 3 vadné. Kolika způsoby z nich můžeme vybrat kolekci pěti výrobků, aby
a) všechny byly dobré,
b) byl nejvýše jeden vadný,
c) byl právě jeden vadný,
d) byl alespoň jeden vadný?
21, 126, 105, 231
- 9) Kolik se odehraje utkání v piškvorkách, jestliže hraje každý s každým, a soutěže se účastní 11 hráčů?
VH: $C_2(11) = 55$
- 10) Na půdě je 6 párů bílých a 5 párů černých ponožek. Kolika způsoby lze vybrat dvě ponožky?
VH: $C_2(22) = 231$
- 11) Dealer nabízí výrobky od 4 firem (Sony, JVC, Philips, Panasonic). Obchodník si ale chce vybrat jen tři firmy. Kolik má možností?
VH: $C_3(4) = 4$
- 12) Kolika způsoby lze vybrat dva dobrovolníky na službu z žáků Alois, Bart, Cenda, David?
VH: $C_2(4) = 6$

8. Kombinace bodů

- 1) Kolik přímek je určeno šesti body, jestliže tři leží na jedné přímce.
VH: $C_2(6) - C_2(3) + 1 = 15 - 3 + 1 = 13$
- 2) Kolik přímek je určeno sedmi body, jestliže tři leží na jedné přímce.
VH: $C_2(7) - C_2(3) + 1 = 21 - 3 + 1 = 19$
- 3) Kolik přímek je určeno sedmi body, jestliže čtyři leží na jedné přímce.
VH: $C_2(7) - C_2(4) + 1 = 21 - 6 + 1 = 16$
- 4) Kolik přímek je určeno osmi body, jestliže tři leží na jedné přímce.
VH: $C_2(8) - C_2(3) + 1 = 28 - 3 + 1 = 26$
- 5) Kolik přímek je určeno osmi body, jestliže čtyři leží na jedné přímce.
VH: $C_2(8) - C_2(4) + 1 = 28 - 6 + 1 = 23$
- 6) Kolik přímek je určeno devíti body, jestliže čtyři leží na jedné přímce.
VH: $C_2(9) - C_2(4) + 1 = 36 - 6 + 1 = 31$
- 7) Kolik přímek je určeno desíti body, jestliže čtyři leží na jedné přímce.
VH: $C_2(10) - C_2(4) + 1 = 45 - 6 + 1 = 40$
- 8) Kolik přímek je určeno devíti body, jestliže pět leží na jedné přímce.
VH: $C_2(9) + 1 = 36 - 10 + 1 = 27$
- 9) Kolik přímek je určeno jedenácti body, jestliže čtyři leží na jedné přímce.
VH: $C_2(11) - C_2(4) + 1 = 55 - 6 + 1 = 50$
- 10) Kolik přímek je určeno jedenácti body, jestliže pět leží na jedné přímce.
VH: $C_2(11) - C_2(5) + 1 = 55 - 10 + 1 = 46$
- 11) Kolik přímek je určeno devatenácti body, jestliže šest leží na jedné přímce.
VH: $C_2(19) - C_2(6) + 1 = 171 - 15 + 1 = 157$

9. Permutace s opakováním

- 1) Kolik slov lze vytvořit přemístěním písmen OKOLO?
VH: 20
- 2) Kolik slov lze vytvořit přemístěním písmen MINIMUM?
VH: 420
- 3) Kolik slov lze vytvořit přemístěním písmen MATEMATIKA?
VH: 151 200
- 4) Kolik slov lze vytvořit přemístěním písmen KOLALOKA?
VH: 2 520
- 5) Kolik slov lze vytvořit přemístěním písmen KARAKAS?
VH: 420
- 6) Kolik slov lze vytvořit přemístěním písmen ABRAKADABRA?
VH: 83 160
- 7) Kolik slov lze vytvořit přemístěním písmen HONOLULU?
VH: 5 040
- 8) Kolik slov lze vytvořit přemístěním písmen REKREACE?
VH: 3 360
- 9) Určete počet všech anagramů, jež lze ze slova KOMBINATORIKA vytvořit.
VH: 389 188 880
- 10) Určete kolika způsoby lze přemístit písmena slova MISSISSIPPI.
VH: 34 650
- 11) Tři chlapečci a čtyři dívky. Kolika způsoby dle pohlaví je lze postavit vedle sebe?
VH: 35
- 12) Je 5 černých a 4 bílé kuličky. Kolik různých seskupení vznikne seřazením do jedné řady?
VH: 126

- 13) Kolik znaků lze vytvořit ze dvou čárek a čtyřech teček?
VH: 15
- 14) Hod 6 krát mincí. Kolik je možností tak, aby padly 2 rubly?
VH: 15

10. Kombinace s opakováním

- 1) Kolik je možností při zakoupení pěti jogurtů při výběru ze čtyř druhů?
VH: $C'_5(4)=56$
- 2) Pan Josef Šiška si chce koupit 6 čokolád. V obchodě mají 3 druhy. Kolik má možností?
VH: $C'_6(3)=28$
- 3) Klenotník vybírá do prstenu 4 drahokamy. K dispozici má rubíny, smaragdy a safíry. Kolik má možností?
VH: $C'_4(3)=15$
- 4) V prodejně je 5 druhů velikonočních pohlednic. Kolik je možností při zakoupení 8 ks?
VH: $C'_8(5)=495$
- 5) Pan Kvěťák dostane od svého zaměstnavatele tři nové Trabanty a může vybírat z šesti barev. Kolik má možností?
VH: $C'_3(6)=56$
- 6) Karkulka se rozhodla koupit babičce tři flašky vína. Kolik má možností, jestliže v Jednotě mají 7 druhů vín.
VH: $C'_3(7)=84$
- 7) Pan Vorel hodlá vybavit firmu sedmi mobilními telefony a má na výběr z pěti druhů. Kolik má možností?
VH: $C'_7(5)=330$
- 8) Pan ředitel hodlá zakoupit 15 hodin řízených rádiovým signálem. Má na výběr z 6 barev. Kolik má možností?
VH: $C'_{15}(6)=15 504$
- 9) Určete počet všech Apolloniových úloh.
VH: $C'_3(3)=10$

11. Různé

- 1) Na maturitním večírku je 15 hochů a 12 děvčat. Určete kolika způsoby mohou vytvořit taneční pár.
 $(C_2(27) - C_2(12) - C_2(15)) = 180$, nebo $15 \cdot 12 = 180$
- 2) Kolik čísel je mezi prvním miliónem přirozených čísel více: těch, která mají nějakou číslici rovnu 3 nebo těch, která číslici 3 neobsahují?
která neobsahují 3 je 531 441

12. Maturitní příklady

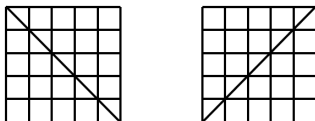
- 1) V kódu je na prvním místě jedno z písmen A, B, C nebo D. na dalších dvou pozicích je libovolné dvojčíferné číslo od 11 do 45. (Existují např. kódy B22, A45 apod.) Určete počet všech takto vytvořených kódů. **(2 body)**
CERMAT-10g: 4.35 = 140
- 2) Cesta prochází několika křižovatkami. Na každé křižovatce je možné zahrnout doleva (L), doprava (P), nebo pokračovat v přímém směru (S). Průjezd dvěma křižovatkami je možné zapsat dvojicí znaků, např. PP, SL apod. Kolika způsoby může auto projet dvěma křižovatkami? **(2 body)**

CERMAT-11j:9

- 3) Pětimístné slovo je možné poskládat ze dvou čárek a tří teček, například • – – •• nebo • – •• – apod. Kolik takových slov existuje? **(2 body)**

CERMAT-11jp:10

- 4) Na šachovnici, která má 5 x 5 polí, je vyznačena hlavní a vedlejší diagonála. Kolika způsoby je možné na polích šachovnice rozmístit tři stejné figury tak, aby byly všechny tři na hlavní, nebo všechny tři na vedlejší diagonále? **(2 body)**



CERMAT-12i: 20

- 5) Frontu na lístky tvoří čtyři dívky a šest chlapců. Kolika různými způsoby se mohou osoby ve frontě seřadit? **(2 body)**

CERMAT-12p: $10! = 3\,628\,800$

- 6) Pětimístný kód obsahuje pět různých číslic, na prvním místě je číslice 8 a na posledním místě číslice 5. (Zadání vyhovuje např. kód 80415). Kolik různých kódů vyhovuje popisu? **(2 body)**

CERMAT-13j: 336

- 7) Učitel má nominovat 4 chlapce ze třídy do smíšeného volejbalového týmu. Ve třídě je včetně Petra 14 chlapců. Jedním z členů týmu bude Petr a ostatní chlapci se vyberou losem. Kolik různých týmů je možné za těchto podmínek sestavit? **(2 body)**

CERMAT-13p: $C_3(13) = 286$

- 8) Čtyřmístný kód má na prvních třech místech tři různé nenulové číslice a na čtvrtém místě nejmenší z těchto tří číslic (např. 5282, 7565, 5211 apod.). Kolik různých kódů vyhovuje popisu? **(2 body)**

CERMAT-14ii: 504

- 9) V divadle se do první řady posadí 12 osob, 3 místa v této řadě zůstanou volná. Kolika způsoby by mohla být rozmístěna volná místa v první řadě? **(2 body)**

CERMAT-14p: $C_3(15) = 455$