

Binomická věta (5)

1. Obecná binomická věta

1) Napište obecnou binomickou větu:

$$\text{VH: } (a+b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \binom{n}{3} a^{n-3} b^3 + \dots + \binom{n}{n-k} a^{k-1} b^{n-k+1} + \dots + \binom{n}{n-2} a^2 b^{n-2} + \binom{n}{n-1} a^1 b^{n-1} + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

2. Základní binomický rozvoj I.

1) Určete:

$$(x+y)^6$$

$$\text{VH: } x^6 + 6x^5y + 15..$$

2) Určete:

$$(x+y)^5$$

$$\text{Sb-MM: } x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5 \text{ str.86/3.1-a)}$$

3) Určete:

$$(a+b)^5$$

$$\text{Sb-rce: } a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5 \dots \text{str.64/5.18-1)}$$

4) Určete:

$$(1-m)^7$$

$$\text{Sb-rce: } 1 - 7m + 21m^2 - 35m^3 + 35m^4 - 21m^5 + 7m^6 - m^7 \dots \text{str.64/5.18-2)}$$

5) Určete:

$$(x-3y)^5$$

$$\text{Sb-MM: } x^5 - 15x^4y + 90x^3y^2 - 270x^2y^3 + 405xy^4 - 243y^5 \dots \text{str.86/3.1-b)}$$

6) Určete:

$$(2x-y)^5$$

$$\text{VH: } 32x^5 - 80x^4y + 80x^3y^2 - 40x^2y^3 + 10xy^4 - y^5$$

7) Určete:

$$\left(3x - \frac{2}{y}\right)^4$$

$$\text{Sb-MM: } 81x^4 - 216\frac{x^3}{y} + 216\frac{x^2}{y^2} - 96\frac{x}{y^3} + 16\frac{1}{y^4} \dots \text{str.86/3.1-c)}$$

3. Základní binomický rozvoj II.

1) Určete:

$$(1-2\sqrt{3})^4$$

$$\text{Sb-MM: } 217 - 104\sqrt{3} \dots \text{str.86/3.1-d)}$$

2) Určete:

$$(\sqrt{2}+3)^4$$

$$\text{VH: } 193 + 132\sqrt{2}$$

3) Určete:

$$(2-\sqrt{3})^5$$

$$\text{VH: } 362 - 209\sqrt{3}$$

4) Určete:

$$(\sqrt{5}-2)^4$$

$$\text{VH: } 161 - 72\sqrt{5}$$

5) Určete:

$$(\sqrt{2}-3)^5$$

$$\text{VH: } -843 + 589\sqrt{2}$$

6) Určete:

$$(2\sqrt{2}+1)^5$$

$$\text{VH: } 401 + 298\sqrt{2}$$

4. Užití binomické věty I

1) Určete pátý člen binomického rozvoje výrazu:

$$(1+3x^2)^2$$

$$\text{Sb-rce: } 40095x^8 \dots \text{str.64/5.21-a)}$$

2) Určete třetí člen binomického rozvoje výrazu:

$$(2-x^2)^{13}$$

$$\text{VH: } 159744x^4$$

3) Určete čtvrtý člen binomického rozvoje výrazu:

$$(x+2)^{12}$$

$$\text{Sb-MM: } 1760x^9 \dots \text{str.86/3.2-a)}$$

4) Určete čtvrtý člen binomického rozvoje výrazu:

$$(3-x^3)^7$$

$$\text{VH: } -2835x^9$$

5) Určete šestý člen binomického rozvoje výrazu:

$$(4-x^2)^8$$

$$\text{VH: } -3584x^{10}$$

5. Užití binomické věty II

1) Určete jedenáctý člen binomického rozvoje výrazu:

$$\left(x^2 + \frac{1}{2x}\right)^{14}$$

$$\text{VH: } \frac{1001}{1024x^2}$$

2) Určete čtvrtý člen binomického rozvoje výrazu:

$$\left(x + \frac{1}{3x^2}\right)^9$$

$$\text{VH: } \frac{28}{9}$$

3) Určete pátý člen binomického rozvoje výrazu:

$$\left(x^2 + \frac{1}{3x}\right)^{10}$$

$$\text{VH: } \frac{70x^8}{27}$$

- 4) Určete třetí člen binomického rozvoje výrazu:

$$\left(x + \frac{1}{2x^2}\right)^{12}$$

$$\text{VH: } \frac{33x^6}{2}$$

6. Určení binomického členu

- 1) Kolikátý člen daného binomického rozvoje obsahuje x^7 :

$$\left(2x^2 + \frac{1}{x}\right)^8$$

$$\text{Sb-MM: } 4 - \text{tý} \dots \text{str.86/3.4}$$

- 2) Kolikátý člen daného binomického rozvoje obsahuje x^6 :

$$(x+1)^{12}$$

$$\text{Sb-MM: } 7 - \text{tý} \dots \text{str.86/3.2-b)}$$

7. Určení binomického koeficientu

- 1) Určete koeficient daného binomického rozvoje, který je u x^2 :

$$(2 + \sqrt[3]{x})^{10}$$

$$\text{Sb-rce: } k = 6 \Rightarrow 3360 \dots \text{str.65/5.22-a)}$$

- 2) Určete koeficient daného binomického rozvoje, který je u absolutního členu:

$$\left(\sqrt[3]{x} + \frac{2}{x}\right)^{12}$$

$$\text{Sb-rce: } k = 3 \Rightarrow 1760 \dots \text{str.65/5.22-b)}$$

- 3) Určete koeficient daného binomického rozvoje, který je u x^{-6} :

$$\left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x}\right)^{10}$$

$$\text{VŠE: } k = 7 \Rightarrow -15 \cdot 2^{10}$$

- 4) Určete koeficient daného binomického rozvoje, který je u x^7 :

$$\left(\frac{2}{x} - x^2\right)^8$$

$$\text{VŠE: } k = 5 \Rightarrow -7 \cdot 2^6$$

- 5) Určete koeficient daného binomického rozvoje, který je u x^{-2} :

$$\left(\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^{11}$$

$$\text{VŠE: } k = 5 \Rightarrow -\binom{11}{5} \cdot 2^5$$

- 6) Určete koeficient daného binomického rozvoje, který je u x^9 :

$$\left(\frac{1}{2x} - 4x^3\right)^{11}$$

$$\text{VŠE: } k = 5 \Rightarrow -\binom{11}{5} 2^4$$

- 7) Určete koeficient daného binomického rozvoje, který je u x^{11} :

$$\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{10}$$

$$\text{VŠE: } k = 3 \Rightarrow -\binom{10}{3}$$

- 8) Určete koeficient daného binomického rozvoje, který je u x^7 :

$$\left(\frac{2}{x} + x^2\right)^8$$

$$\text{VŠE: } k = 5 \Rightarrow \binom{8}{5} \cdot 2^3$$

- 9) Určete koeficient daného binomického rozvoje, který je u x :

$$\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^{11}$$

$$\text{VŠE: } k = 3 \Rightarrow -\binom{11}{3}$$

- 10) Určete koeficient daného binomického rozvoje, který je u x^6 :

$$\left(\frac{1}{x} - x^3\right)^{10}$$

$$\text{VŠE: } k = 4 \Rightarrow \binom{10}{4}$$

- 11) Určete koeficient daného binomického rozvoje, který je u x^{-1} :

$$\left(\frac{1}{x} - \sqrt{x}\right)^7$$

$$\text{VŠE: } k = 4 \Rightarrow \binom{7}{4}$$