

Goniometrické rovnice s úpravou (5)

1. V daném intervalu

- 1) Řešte v intervalu $\langle 400^\circ; 600^\circ \rangle$:
 $\sin^2 \alpha + \sin \alpha = 0$
Nyd: $y(y+1) = 0$; $x_1 = 540^\circ$
- 2) Řešte v intervalu $\langle 200^\circ; 600^\circ \rangle$:
 $\sin^2 \alpha + \sin \alpha = 0$
Nyd: $y(y+1) = 0$; $x_1 = 270^\circ$; $x_2 = 360^\circ$; $x_3 = 540^\circ$
- 3) Řešte v intervalu $\langle 300^\circ; 800^\circ \rangle$:
 $\cos^2 \alpha - \cos \alpha = 0$
Nyd: $y(y-1) = 0$; $x_1 = 360^\circ$, $x_2 = 450^\circ$, $x_3 = 630^\circ$, $x_4 = 720^\circ$
- 4) Řešte v intervalu $\langle -300^\circ; 300^\circ \rangle$:
 $\cos^2 \alpha + \cos \alpha = 0$
Nyd: $y(y+1) = 0$; $x_1 = -270^\circ$, $x_2 = -180^\circ$, $x_3 = -90^\circ$, $x_4 = 90^\circ$, $x_5 = 180^\circ$, $x_6 = 270^\circ$
- 5) Řešte v intervalu $\langle 300^\circ; 500^\circ \rangle$:
 $\sin^2 \alpha - \sin \alpha = 0$
Nyd: $y(y-1) = 0$; $x_1 = 360^\circ$, $x_2 = 450^\circ$
- 6) Řešte v intervalu $\langle -\pi; 0 \rangle$:
 $\cos^2 \alpha - \cos \alpha = 0$
Nyd: $y(y-1) = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = -\frac{1}{2}\pi$
- 7) Řešte v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$:
 $\sin^2 \alpha + \cos \alpha = 0$
Nyd: $y(y-1) = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{1}{2}\pi$, $x_3 = \frac{3}{2}\pi$, $x_4 = 2\pi$
- 8) Řešte v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$:
 $\cos^2 \alpha - \sin \alpha = 0$
Nyd: $y(y+1) = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{3}{2}\pi$, $x_3 = \pi$
- 9) V intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$ najděte všechna řešení rovnice:
 $2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$
PF JCU: $(y + \frac{1}{2})(y - 1) = 0$; $x_1 = \frac{1}{2}\pi$, $x_2 = \frac{7}{6}\pi$, $x_3 = \frac{11}{6}\pi$
- 10) V intervalu $\langle \frac{\pi}{2}; \frac{5}{2}\pi \rangle$ najděte všechna řešení rovnice:
 $\sin^2 x - \cos x = 1$
PF JCU: $y(y+1) = 0$; $x_1 = \frac{1}{2}\pi$, $x_2 = \frac{3}{2}\pi$, $x_3 = \pi$
- 11) Určete počet všech kořenů dané rovnice v intervalu $\langle 0; \pi \rangle$:
 $\sin 6x = \sin 3x$
VŠE: $\sin 3x(2 \cos 3x - 1) = 0$; *Počet = 7*
- 12) Určete počet všech kořenů dané rovnice v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$:
 $\cos 4x = \cos^2 2x - \sin 2x$
VŠE: $\sin 2x(\sin 2x - 1) = 0$; *Počet = 5*
- 13) Určete počet všech kořenů dané rovnice v intervalu $\langle 0; \pi \rangle$:
 $\sin 2x + \sin 4x = 0$
VŠE: $\sin 2x(1 + 2 \cos 2x) = 0$; *Počet = 4*

- 14) Určete počet všech kořenů dané rovnice v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$:
 $\sin 4x + \sin 8x = 0$
VŠE: $\sin 4x(1 + 2 \cos 4x) = 0$; *Počet = 15*
 - 15) Určete počet všech kořenů dané rovnice v intervalu $\langle 0; \frac{3}{2}\pi \rangle$:
 $\sin 4x + \cos 8x = 0$
VH: $(\sin 4x - 1)(\sin 4x + \frac{1}{2}) = 0$; *Počet = 9*
 - 16) Určete počet všech kořenů dané rovnice v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$:
 $\cos 2x + \sin 4x = 0$
VŠE: $\cos 2x(1 + 2 \sin x) = 0$; *Počet = 8*
 - 17) Určete počet všech kořenů dané rovnice v intervalu $\langle 0; \pi \rangle$:
 $\sin 2x = \sin 4x$
VŠE: $\sin 2x(1 - 2 \cos 2x) = 0$; *Počet = 5*
 - 18) Určete počet všech kořenů dané rovnice v intervalu $\langle 0; \pi \rangle$:
 $\sin 2x = \sin 4x$
VŠE: $\sin 2x(1 - 2 \cos 2x) = 0$; *Počet = 4*
 - 19) Určete počet všech kořenů dané rovnice v intervalu $\langle 0; \pi \rangle$:
 $\sin 2x = \sin 4x$
VŠE: $\sin 2x(1 - 2 \cos 2x) = 0$; *Počet = 3*
 - 20) Určete počet všech kořenů dané rovnice v intervalu $\langle 0; \frac{\pi}{2} \rangle$:
 $\sin 2x = \sin 4x$
VŠE: $\sin 2x(1 - 2 \cos 2x) = 0$; *Počet = 2*
 - 21) Určete počet všech kořenů dané rovnice v intervalu $\langle 0; \pi \rangle$:
 $\sqrt{2} \sin 2x - \sin 4x = 0$
VŠE: $\sin 2x(\sqrt{2} + 2 \cos 2x) = 0$; *Počet = 5*
 - 22) Určete počet všech kořenů dané rovnice v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$:
 $\cos 4x = \cos^2 2x + \sin 2x$
VŠE: $\sin 2x(\cos 2x + 1) = 0$; *Počet = 7*
 - 23) Určete počet všech kořenů dané rovnice v intervalu $\langle 0; \pi \rangle$:
 $\sin(\frac{x}{2}) + \cos x = 1$
VŠE: $\sin \frac{x}{2}(2 \cos \frac{x}{2} - 1) = 0$; *Počet = 2*
- ### 2. Užití $\sin(2x)$
- 1) Řešte v **R**:
 $(\sin x - \cos x)^2 = 0$
VH: $\sin(2x) = 1$, $x_1 = \frac{1}{4}\pi + k\pi$
 - 2) Řešte v **R**:
 $(\sin x + \cos x)^2 = 0$
VH: $\sin(2x) = -1$, $x_1 = \frac{3}{4}\pi + k\pi$
 - 3) Řešte v **R**:
 $2 - 2 \sin^2 x = \cot gx$
Radl: $\cos x(\sin 2x - 1) = 0$; $x_1 = \frac{1}{4}\pi + k\pi$, $x_2 = \frac{1}{2}\pi + k\pi$
 - 4) Řešte v **R**:
 $\sin 2x + \cos x = 0$
Sb-MM: $\cos x(2 \sin x + 1) = 0$; $x_1 = \frac{1}{2}\pi + k\pi$, $x_2 = \frac{7}{6}\pi + 2k\pi$, $x_3 = \frac{11}{6}\pi + 2k\pi \dots$ str78/5.3-a

5) Řešte v \mathbf{R} :
 $\sin 2x - \sin x = 0$
 VH: $\sin x(2 \cos x - 1) = 0$; $x_1 = k\pi$, $x_2 = \frac{1}{3}\pi + 2k\pi$, $x_3 = \frac{5}{3}\pi + 2k\pi$

6) Řešte v \mathbf{R} :
 $\frac{\sin 2x}{1 - \cos x} = 2 \sin x$
 Radl: $\sin x(2 \cos x - 1) = 0$; $x_1 = k\pi$, $x_2 = \frac{1}{3}\pi + 2k\pi$, $x_3 = \frac{5}{3}\pi + 2k\pi$

7) Řešte v \mathbf{R} :
 $\frac{\sin 2x}{1 + \sin x} = -2 \cos x$
 Radl: $\cos x(2 \sin x + 1) = 0$; $x_1 = \frac{1}{2}\pi + k\pi$, $x_2 = \frac{7}{6}\pi + 2k\pi$, $x_3 = \frac{11}{6}\pi + 2k\pi$

8) Řešte v \mathbf{R} :
 $\sin 2x = (\cos x - \sin x)^2$
 Sb-MM: $\sin 2x = \frac{1}{2}$; $x_1 = \frac{1}{12}\pi + k\pi$, $x_2 = \frac{5}{12}\pi + k\pi \dots \text{str78/5.3-c}$

9) Řešte v \mathbf{R} :
 $2 \cos^2 x = \cot gx$
 Sb-MM: $\cos x(\sin 2x - 1) = 0$; $x_1 = \frac{1}{2}\pi + k\pi$, $x_2 = \frac{1}{4}\pi + k\pi \dots \text{str78/5.3-d}$

10) Řešte v \mathbf{R} :
 $\frac{2 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \frac{1}{2}$
 Radl: $\sin(2x) = \frac{1}{2}$, $x_1 = \frac{1}{12}\pi + k\pi$, $x_2 = \frac{5}{12}\pi + k\pi$

3. Užití $\cos(2x)$

1) Řešte v \mathbf{R} :
 $\frac{1 - \cos(2x)}{\sin x} = \sqrt{3}$
 VH: $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $x_1 = \frac{1}{3}\pi + 2k\pi$, $x_2 = \frac{2}{3}\pi + 2k\pi$

2) Řešte v \mathbf{R} :
 $\frac{1 + \cos(2x)}{\cos x} = \sqrt{3}$
 VH: $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $x_1 = \frac{1}{6}\pi + 2k\pi$, $x_2 = \frac{11}{6}\pi + 2k\pi$

3) Řešte v \mathbf{R} :
 $\frac{1 - \cos(2x)}{\sin(2x)} = 1$
 VH: $\operatorname{tg} x = 1$, $x_1 = \frac{1}{4}\pi + k\pi$

4) Řešte v \mathbf{R} :
 $\frac{1 + \cos(2x)}{\sin(2x)} = -1$
 VH: $\cot gx = -1$, $x_1 = \frac{3}{4}\pi + k\pi$

5) Řešte v \mathbf{R} :
 $\cos^2 x - \cos(2x) = \sin x$
 VH: $\sin x(\sin x - 1) = 0$; $x_1 = k\pi$, $x_2 = \frac{1}{2}\pi + 2k\pi$

6) Řešte v \mathbf{R} :

$\sin^2 x = \cos x - \cos(2x)$
 VH: $\cos x(\cos x - 1) = 0$; $x_1 = \frac{1}{2}\pi + k\pi$, $x_2 = 2k\pi$

7) Řešte v \mathbf{R} :
 $\cos 2x = 1 + \sin x$
 FIM: $\sin x(2 \sin x + 1) = 0$; $x_1 = k\pi$, $x_2 = \frac{7}{6}\pi + 2k\pi$, $x_3 = \frac{11}{6}\pi + 2k\pi$

8) Řešte v \mathbf{R} :
 $\cos 2x + \sin x = 0$
 Sb-rce: $(y + \frac{1}{2})(y - 1) = 0$; $x_1 = \frac{7}{6}\pi + 2k\pi$, $x_2 = \frac{11}{6}\pi + 2k\pi$, $x_3 = \frac{1}{2}\pi + 2k\pi \dots \text{str.175/5.5-8}$

11) Řešte v \mathbf{R} :
 $\sin x - \cos 2x = 0$
 Sb-MM: $(y - \frac{1}{2})(y + 1) = 0$; $x_1 = \frac{1}{6}\pi + 2k\pi$, $x_2 = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi$, $x_3 = \frac{3}{2}\pi + 2k\pi \dots \text{str77/5.2-b}$

9) Řešte v \mathbf{R} :
 $8 \sin x + 5 = 2 \cos 2x$
 Radl: $(y + \frac{1}{2})(y + \frac{3}{2}) = 0$; $x_1 = \frac{7}{6}\pi + 2k\pi$, $x_2 = \frac{11}{6}\pi + 2k\pi$, $x_3 = N\tilde{R}$

4. Různé

1) Řešte v \mathbf{R} :
 $\cos x + \cot gx = 1 + \sin x$
 Sb-rce: $(1 + \sin x)(\cos x - \sin x) = 0$; $x_1 = \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$, $x_2 = \frac{1}{4}\pi + k\pi \dots \text{str.176/5.8-1}$

2) Řešte v \mathbf{R} :
 $\sin x \sin 2x + \cos x \cos 2x = 0$
 Sb-rce: $\cos x = 0$; $x_1 = \frac{1}{2}\pi + k\pi \dots \text{str.176/5.8-3}$

12) Řešte v \mathbf{R} :
 $\sin^2 x + \sin^2 2x = 1$
 Sb-MM: ? ...str78/5.3-e)

13) Řešte v \mathbf{R} :
 $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 1 - \cos 2x$
 Sb-MM: $\cos 2x = -1$; $x_1 = \frac{1}{2}\pi + k\pi \dots \text{str77/5.2-f}$

14) Řešte v \mathbf{R} :
 $\frac{1}{\sin^2 x} + \cot gx - 1 = 0$
 Sb-MM: $\cos x(\sin x - \cos x) = 0$; $x_1 = \frac{1}{2}\pi + k\pi$, $x_2 = \frac{3}{4}\pi + k\pi \dots \text{str77/5.2-g}$

10) Řešte v \mathbf{R} :
 $\sin \frac{x}{2} + \cos x = 1$
 Radl: $\sin 2x(2 \sin 2x - 1) = 0$; $x_1 = 2k\pi$, $x_2 = \frac{1}{3}\pi + 4k\pi$, $x_3 = \frac{5}{3}\pi + 4k\pi$

11) Řešte v \mathbf{R} :
 $2 \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} = 1 - \sin x$
 Radl: $(\cos 2x + 1)(2 \sin 2x - 1) = 0$; $x_1 = \frac{1}{2}\pi + k\pi$, $x_2 = \frac{1}{12}\pi + k\pi$, $x_3 = \frac{5}{12}\pi + k\pi$

12) Řešte v \mathbf{R} :
 $\frac{\sin^2 x}{\operatorname{tg} x} + \cos^2 x \operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$
 Radl: $\sin 2x = \frac{1}{2}$; $x_1 = \frac{1}{12}\pi + k\pi$, $x_2 = \frac{5}{12}\pi + k\pi$