

Geometrická posloupnost (4)

1. Soustava rovnic I.

- Určete prvních šest členů geometrické posloupnosti, jestliže je dáno:
 $a_2 = -2, a_5 = 128$
 VH: $a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = -2, a_3 = 8, a_4 = -32, a_5 = 128, a_6 = -512, q = -4$
- Určete prvních šest členů geometrické posloupnosti, jestliže je dáno:
 $a_3 = 18, a_4 = 54$
 VH: $a_1 = 2, a_2 = 6, a_3 = 18, a_4 = 54, a_5 = 162, a_6 = 486, q = 3$
- Určete prvních šest členů geometrické posloupnosti, jestliže je dáno:
 $a_3 = 12, a_6 = 96$
 VH: $a_1 = 3, a_2 = 6, a_3 = 12, a_4 = 24, a_5 = 48, a_6 = 96, q = 2$
- Určete prvních šest členů geometrické posloupnosti, jestliže je dáno:
 $a_3 = 3, a_6 = 81$
 VH: $a_1 = \frac{1}{3}, a_2 = 1, a_3 = 3, a_4 = 9, a_5 = 27, a_6 = 81, q = 3$
- Určete prvních šest členů geometrické posloupnosti, jestliže je dáno:
 $a_3 = -8, a_6 = 64$
 VH: $a_1 = -2, a_2 = 4, a_3 = -8, a_4 = 16, a_5 = -32, a_6 = 64, q = -2$
- Určete prvních šest členů geometrické posloupnosti, jestliže je dáno:
 $a_1 = -1, a_2 = 2$
 Sb-MM: $a_1 = -1, a_2 = 2, a_3 = -4, a_4 = 8, a_5 = -16, a_6 = 32, q = -2 \dots \text{str.89/2.7-a}$
- Určete prvních šest členů geometrické posloupnosti, jestliže je dáno:
 $a_1 = 16, q = \frac{1}{2}$
 Sb-MM: $a_1 = 16, a_2 = 8, a_3 = 4, a_4 = 2, a_5 = 1, a_6 = \frac{1}{2}, q = \frac{1}{2} \dots \text{str.89/2.7-b}$
- Určete prvních šest členů geometrické posloupnosti, jestliže je dáno:
 $a_3 = 8, a_6 = 64$
 Sb-MM: $a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = 8, a_4 = 16, a_5 = 32, a_6 = 64, q = 2 \dots \text{str.89/2.7-d}$

2. Soustava rovnic II.

- Určete prvních šest členů geometrické posloupnosti, jestliže je dáno:
 $a_2 - a_1 = 15, a_3 - a_2 = 60$
 Sb-MM: $a_1 = 5, q = 4 \dots \text{str.89/2.7-e}$
- Určete součet devíti členů geometrické posloupnosti, jestliže je dáno:
 $a_1 + a_2 = 1, a_6 + a_7 = -32$
 VH: $a_1 = -1, q = -2, S_9 = -171$
- Určete součet pěti členů geometrické posloupnosti, jestliže je dáno:
 $a_1 - a_2 + a_3 = 9, a_4 - a_5 + a_6 = 72$
 VH: $a_1 = 3, q = 2, S_5 = 93$
- Určete součet pěti členů geometrické posloupnosti, jestliže je dáno:
 $a_6 + 2a_5 - 2a_4 = -54, a_3 + 2a_2 - 2a_1 = 2$

$$\text{VH: } a_1 = 2, q = -3, S_5 = 122$$

- Určete součet pěti členů geometrické posloupnosti, jestliže je dáno:
 $a_3 - 8a_1 = 2, a_6 - 8a_4 = 54$
 VH: $a_1 = 2, q = 3, S_5 = 242$
- Určete součet deseti členů geometrické posloupnosti, jestliže je dáno:
 $a_3 - a_1 = -3, a_6 - a_4 = 24$
 VH: $a_1 = -1, q = -2, S_{10} = 341$
- Určete součet sedmi členů geometrické posloupnosti, jestliže je dáno:
 $a_7 - a_6 - a_4 = 48, a_4 - a_3 - a_1 = 6$
 VH: $a_1 = 2, q = 2, S_7 = 254$
- Určete součet pěti členů geometrické posloupnosti, jestliže je dáno:
 $a_4 - 2a_3 = 36, a_3 - 2a_2 = 12$
 VH: $a_1 = 4, q = 3, S_5 = 242$

3. Součet geometrické posloupnosti I.

- V geometrické posloupnosti je $a_1 = 4, q = 5$. Určete nejmenší přirozené číslo, pro které je $S_n > 124$.
 VŠE: $n = 4$
- V geometrické posloupnosti je $a_1 = 3, q = 4$. Určete nejmenší přirozené číslo, pro které je $S_n > 255$.
 VŠE: $n = 5$
- V geometrické posloupnosti je $a_1 = 3, q = 4$. Určete nejmenší přirozené číslo, pro které je $S_n > 63$.
 VŠE: $n = 4$
- V geometrické posloupnosti je $a_1 = 5, q = 6$. Určete nejmenší přirozené číslo, pro které je $S_n > 215$.
 VŠE: $n = 4$
- V geometrické posloupnosti je $a_1 = 2, q = 3$. Určete nejmenší přirozené číslo, pro které je $S_n > 242$.
 VŠE: $n = 6$

4. Součet geometrické posloupnosti II.

- Určete druhý člen geometrické posloupnosti v níž je dáno:
 $q = -2, S_3 = 2$
 VH: $a_2 = -\frac{4}{3}$
- Určete druhý člen geometrické posloupnosti v níž je dáno:
 $q = -2, S_3 = 4$
 VH: $a_2 = -\frac{8}{3}$
- Určete druhý člen geometrické posloupnosti v níž je dáno:
 $q = -3, S_3 = 5$
 VH: $a_2 = -\frac{15}{7}$

4) Určete druhý člen geometrické posloupnosti v níž je dáno:

$$q = -3, \quad S_3 = 3$$

$$\text{VH: } a_2 = -\frac{9}{7}$$

5) Určete třetí člen geometrické posloupnosti v níž je dáno:

$$q = -2, \quad S_3 = 2$$

$$\text{VH: } a_3 = \frac{8}{3}$$

6) Určete třetí člen geometrické posloupnosti v níž je dáno:

$$q = -2, \quad S_3 = 4$$

$$\text{VH: } a_3 = \frac{16}{3}$$

7) Určete třetí člen geometrické posloupnosti v níž je dáno:

$$q = -3, \quad S_3 = 5$$

$$\text{VH: } a_3 = \frac{45}{7}$$

8) Určete třetí člen geometrické posloupnosti v níž je dáno:

$$q = -3, \quad S_3 = 3$$

$$\text{VH: } a_3 = \frac{27}{7}$$

5. Součet nekonečné řady

1) Určete součet nekonečné řady:

$$16 + 8 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots$$

$$\text{UO: } a_1 = 16, q = \frac{1}{2}, S_\infty = 32$$

2) Určete součet nekonečné řady:

$$10 + 1 + 0,1 + 0,01 + 0,001 + \dots$$

$$\text{VH: } a_1 = 10, q = \frac{1}{10}, S_\infty = \frac{100}{9}$$

3) Určete součet nekonečné řady:

$$100 + 10 + 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} \dots$$

$$\text{VH: } a_1 = 100, q = \frac{1}{10}, S_\infty = \frac{1000}{9}$$

4) Určete součet nekonečné řady:

$$10 + \frac{10}{3} + \frac{10}{9} + \frac{10}{27} + \frac{10}{81} \dots$$

$$\text{VH: } a_1 = 10, q = \frac{1}{3}, S_\infty = 15$$

5) Určete součet nekonečné řady:

$$10 + 5 + \frac{5}{2} + \frac{5}{4} + \frac{5}{8} \dots$$

$$\text{VH: } a_1 = 10, q = \frac{1}{2}, S_\infty = 20$$

6) Vypočítejte:

$$2^x - 2^{x-1} + 2^{x-2} - 2^{x-3} + \dots =$$

$$\text{Radl: } a_1 = 2^x, q = -\frac{1}{2}, S_\infty = \frac{2}{3} \cdot 2^x$$

7) Vypočítejte:

$$3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} + \dots =$$

$$\text{Radl: } a_1 = 3^x, q = \frac{1}{3}, S_\infty = \frac{3}{2} \cdot 3^x$$

8) Vypočítejte:

$$\log x + \log \sqrt{x} + \log \sqrt[3]{x} + \log \sqrt[4]{x} + \dots =$$

$$\text{Radl: } a_1 = \log x, q = \frac{1}{2}, S_\infty = 2 \cdot \log x$$

9) Vypočítejte:

$$x^5 \cdot \sqrt{x^5} \cdot \sqrt[4]{x^5} \cdot \sqrt[8]{x^5} \cdot \sqrt[16]{x^5} + \dots =$$

$$\text{Radl: } a_1 = 5, q = \frac{1}{2}, S_\infty = 10 \Rightarrow x^{10}$$

10) Vypočítejte:

$$\frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt[8]{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt[16]{x}} + \dots =$$

$$\text{Radl: } a_1 = -\frac{1}{2}, q = \frac{1}{2}, S_\infty = -1 \Rightarrow \frac{1}{x}$$

6. Užití geometrické posloupnosti

1) Kolik si půjčil klient od banky, jestliže po 4 letech dluží částku 1 097 824,- Kč při 14 % úroku?

$$a_1 = 650\,000, - \text{ Kč}$$

2) Město má 250 000 obyvatel a předpokládáný roční přírůstek 1,3 %. Kolik obyvatel lze očekávat za 10 let?

$$a_{11} = 284\,469$$

3) Částka 50 000,- Kč je vložena na účet s 4 %-ním ročním úročením. Jaká částka bude na účtu za 10 let?

$$a_{11} = 74\,012, - \text{ Kč}$$

4) Automobil ztrácí každý rok 25 % své hodnoty. Jaká bude hodnota automobilu po 3 letech, jestliže jeho původní cena činí 550 000,- Kč?

$$a_4 = 232\,031, - \text{ Kč}$$

5) Stroj ztrácí každý rok 10 % své hodnoty. Jaká byla jeho nákupní cena, jestliže po 13-ti letech má hodnotu 10 168 Kč,-?

$$a_1 = 40\,002, - \text{ Kč}$$

6) Jaká bude po 7 letech výše vkladu 300 000,- Kč na účtu se složeným ročním úročením 3%?

$$a_8 = 368\,962, - \text{ Kč}$$

7) Jaká byla výše vkladu, jestliže po 6-ti letech je na účtě 569 394,- Kč, při ročním úročení 4 %?

$$a_1 = 450\,000, - \text{ Kč}$$

8) Porodnost v České republice klesá průměrně o 3,5 % ročně. V roce 1998 se narodilo 128 831 dětí. Jaký bude předpokládáný počet narozených dětí v roce 2030?

$$a_{33} = 41200$$

9) V bance si půjčíte 500 000,- Kč s úrokem 12 %. Kolik bude váš dluh po 5-ti letech?

$$a_6 = 881\,171, - \text{ Kč}$$

7. Maturitní příklady

- 1) V geometrické posloupnosti je dán kvocient $q = \frac{3}{2}$ a člen $a_{54} = 54$. Určete hodnoty členů a_{55} a a_{51} . **(2 body)**

CERMAT-10i: $a_{55} = 81, a_{51} = 16$

- 2) Čtveřice a_1, a_2, a_3, a_4 , kde $a_2 = -20, a_3 = 10$, představuje čtyři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti, čtveřice g_1, g_2, g_3, g_4 , kde $g_2 = -10, g_3 = 20$, představuje čtyři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. Určete: **(4 body)**

a_1

a_4

g_1

g_4

CERMAT-11i: $-50, 40, 5, -40$

- 3) U každé z následujících čtveřice čísel určete, tvoří-li geometrickou posloupnost (ANO), či nikoli (NE): **(2 body)**

(4; 2; -2; -4)

(1; 4; 16; 64)

(8; -4; 2; -1)

(0; 4; 8; 12)

A	N
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

CERMAT-11j: N, A, A, N (4-2body, 3-1bod, 2a1a0-0bodů)

- 4) Druhý a třetí člen geometrické posloupnosti je $a_2 = 12, a_3 = 18$. Jaký je součet prvních čtyř členů této posloupnosti ($a_1 + a_2 + a_3 + a_4$)? **(2 body)**

CERMAT-13p: 65

- 5) Přiřaďte k prvním dvěma členům každé z uvedených posloupností následující člen. **(3 body)**

26.1) Aritmetická posloupnost: $-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}$

26.2) Aritmetická posloupnost: $\frac{1}{6}; \frac{2}{3}$

26.3) Geometrická posloupnost: $\frac{1}{6}; \frac{2}{3}$

CERMAT-14j: 26.1: $\frac{3}{2}$ 26.2: $\frac{7}{6}$ 26.3: $\frac{8}{3}$

- 6) První tři po sobě jdoucí členy posloupnosti jsou $a_1 = 36, a_2 = 12, a_3 = 4$. Který vzorec pro n -tý člen posloupnosti je možné pro tyto členy použít? **(2 body)**

A. $a_n = 36 + 24^{-n}$

B. $a_n = 52 - 16n$

C. $a_n = 60 - 24n$

D. $a_n = 108 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$

E. $a_n = 36 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$

CERMAT-14p: $a_n = 108 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$

- 7) V geometrické posloupnosti platí: **(2 body)**

$$q = -2$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 15,4$$

Do kterého z uvedených intervalů patří první člen a_1 posloupnosti?

A) $(-8; 0)$

B) $(0; 2)$

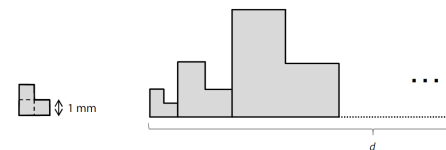
C) $(2; 4)$

D) $(4; 8)$

E) do žádného z uvedených

CERMAT-15p: B

- 8) Obrazec je vytvořen z 9 dlaždic ve tvaru písmene „L“. Dlaždice jsou umístěny těsně vedle sebe a postupně se zvětšují. Rozměry každých dvou sousedních dlaždic jsou v poměru 1 : 2. Délku celého obrazce vytvořeného z 9 dlaždic označme d . Každou dlaždici lze rozdělit na tři shodné čtverce. První dlaždice je nejmenší. Její obsah je 3 mm^2 . V obrazci vytvořeném z 9 dlaždic určete obsah plochy páté nejmenší dlaždice (v mm^2), délku d celého obrazce (v mm). **(3 body)**



CERMAT-18p: $768 \text{ mm}^2; 1022 \text{ mm}$