

Obecný trojúhelník (3)

1. Základní pojmy

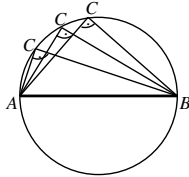
Pro obecný trojúhelník platí:

sinová věta – $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$, kde r je poloměr kružnice opsané.

kosinová věta – $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$
 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$

Pravoúhlý trojúhelník patří do rodiny obecných trojúhelníků. Pak pro trojúhelník, kde $\gamma = 90^\circ$ bude $\sin \gamma = \sin 90^\circ = 1$ a $\cos \gamma = \cos 90^\circ = 0$

sinová věta – $\frac{c}{1} = 2r$, kde r je poloměr kružnice opsané, která je Thaletova kružnice.



kosinová věta – $c^2 = a^2 + b^2$ se stane Pythagorovou větou.

2. Sinová věta

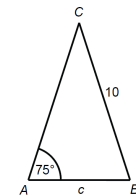
- Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC.
 $r = 5,2$ m, $\alpha = 71,3^\circ$, $c = 10,37$ m.
 $a = 9,85$ m, $\gamma = 85,65^\circ$, $\beta = 23,05^\circ$, $b = 4,07$ m.
- Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC.
 $r = 11,6$ cm, $\alpha = 85,09^\circ$, $b = 18,43$ cm
 $a = 23,11$ cm, $\beta = 52,60^\circ$, $\gamma = 42,31^\circ$, $c = 15,62$ cm.
- Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC.
 $r = 17,6$ dm, $\beta = 31,57^\circ$, $c = 30,59$ dm
 $b = 18,43$ dm, $\gamma = 60,35^\circ$, $\alpha = 88,08^\circ$, $a = 35,19$ dm.
- Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC.
 $r = 7,4$ mm, $\alpha = 34,54^\circ$, $b = 14,43$ mm
 $a = 8,39$ mm, $\beta = 77,28^\circ$, $\gamma = 68,18^\circ$, $c = 13,73$ mm.

3. Kosinová věta

- Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC.
 $a = 6,5$ m, $b = 7,8$ m, $c = 9,1$ m
 $\alpha = 44,42^\circ$, $\beta = 57,12^\circ$, $\gamma = 78,47^\circ$
- Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC.
 $a = 12,5$ cm, $b = 15$ cm, $c = 17,5$ cm
 $\alpha = 44,42^\circ$, $\beta = 57,12^\circ$, $\gamma = 78,47^\circ$
- Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC.
 $a = 4,5$ dm, $b = 5,4$ dm, $c = 6,3$ dm
 $\alpha = 44,42^\circ$, $\beta = 57,12^\circ$, $\gamma = 78,47^\circ$
- Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC.
 $a = 17$ mm, $b = 20,4$ mm, $c = 23,8$ mm
 $\alpha = 44,42^\circ$, $\beta = 57,12^\circ$, $\gamma = 78,47^\circ$
- Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC.
 $a = 10,3$ m, $b = 5,89$ m, $c = 9,5$ m
 $\alpha = 80,28^\circ$, $\beta = 34,32^\circ$, $\gamma = 65,4^\circ$
- Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC.
 $a = 10,3$ cm, $b = 9,1$ cm, $c = 5,52$ cm
 $\alpha = 85,89^\circ$, $\beta = 61,76^\circ$, $\gamma = 32,35^\circ$
- Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC.
 $a = 14,1$ dm, $b = 5,69$ dm, $c = 10,2$ dm
 $\alpha = 122,61^\circ$, $\beta = 19,87^\circ$, $\gamma = 37,52^\circ$
- Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC.
 $a = 6,9$ mm, $b = 4,3$ mm, $c = 6$ mm
 $\alpha = 82,37^\circ$, $\beta = 38,13^\circ$, $\gamma = 59,51^\circ$

4. Maturitní příklady

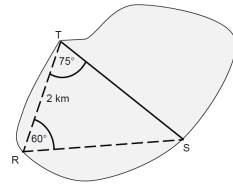
- Rovnoramenný trojúhelník ABC má při základně AB úhel velikosti $\alpha = |\angle CAB| = 75^\circ$ a délky ramen $|AC| = |BC| = 10$. Jakou délku má základna $c = |AB|$? Zaokrouhlete na jedno desetinné místo. (2 body)



CERMAT-10g: 5,2

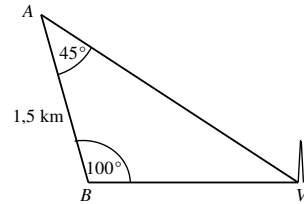
- Délky stran trojúhelníku jsou 8 cm, 9 cm a 13 cm. Podobný trojúhelník má obvod o 15 cm větší. Určete délku nejdelší strany podobného trojúhelníku. (2 body)
 CERMAT-11j: 19,5 cm

- 3) Pozemek zakreslený v plánu má být rozdělen rovnou hranicí ST na dvě části. Určete s přesností na desítky metrů délku hranice ST . **(2 body)**



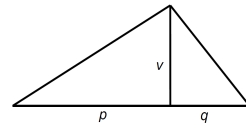
CERMAT-11j: 2450 m

- 4) Na plánu jsou vyznačeny údaje pořízené při zaměřování vrtné věže V ze dvou stanovišť A a B . Pod jakým zorným úhlem je možné od paty věže V sledovat obě stanoviště A a B současně? Určete s přesností na celé metry přímou vzdálenost stanoviště B od vrtné věže V . **(3 body)**



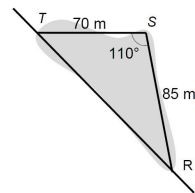
CERMAT: 35°; 1849 m

- 5) Plocha má tvar trojúhelníku. Pata výšky trojúhelníku rozděluje podstavu na dva úseky délek $p = 2,5 \cdot 10^6 m$ a $q = 5 \cdot 10^5 m$. Výška má velikost $v = 8 \cdot 10^4 m$. Určete obsah plochy trojúhelníku. **(2 body)**



CERMAT-11jp: $S = 1,2 \cdot 10^{11} m^2$

- 6) Součástí parcely je část cesty TR . Majitel platí za její zimní úklid. Účtuje se každý započatý 10metrový úsek cesty. Kolik 10metrových úseků je majiteli zaúčtováno? **(2 body)**



CERMAT-11jp: 13

- 7) Trojúhelník ABC má délky stran $a = 3$ cm, $b = 5$ cm, $c = 7$ cm. Jaký je součet velikostí jeho dvou nejmenších vnitřních úhlů? **(2 body)**

CERMAT-12i: 60°

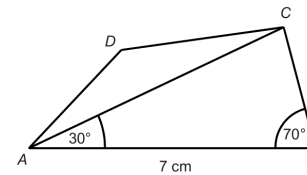
- 8) Velikost dvou vnitřních úhlů trojúhelníka ABC jsou $\alpha = \frac{2}{3}\pi$ a $\beta = \frac{1}{4}\pi$. Vypočítejte velikost třetího úhlu trojúhelníku. **(1 bod)**

CERMAT-12j: $\gamma = \frac{7}{20}\pi = 63^\circ$

- 9) Trojúhelník ABC je určen délkami stran $a = 9$ cm, $b = 15$ cm, $c = 10$ cm. Jakou hodnotu (s přesností na setiny) má kosinus největšího vnitřního úhlu? **(2 body)**

CERMAT-12j: -0,24

- 10) Jaká je délka úhlopříčky AC vypočtená s přesností na desetiny centimetrů? **(2 body)**

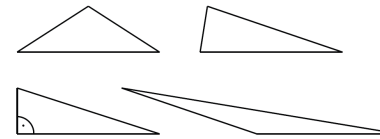


CERMAT-12p: 6,7 cm

- 11) Ve kterém trojúhelníku leží ortocentrum (průsečík přímek, na nichž leží výšky trojúhelníku) vně trojúhelníku a současně na ose jedné strany trojúhelníku? **(2 body)**

CERMAT-13i: v rovnoramenném tupouhlém

- 12) Kolik ze čtyř zobrazených trojúhelníků má průsečík výšek (resp. průsečík přímek, na kterých výšky leží, tedy ortocentrum) vně trojúhelníku? **(2 body)**



CERMAT-13j: dva