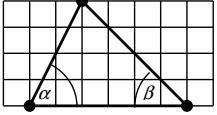


## Trigonometrie pravoúhlého trojúhelníka (4)

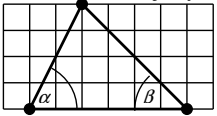
### 1. Sin, Cos, Tg, Cotg s užitím Pythagorovy věty

- 1) Ve čtvercové síti je vyznačen trojúhelník  $ABC$  a úhly  $\alpha$ ,  $\beta$ . Určete hodnotu  $\sin \alpha$  a  $\cotg \beta$ .



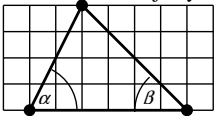
Nydl:  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ,  $\cotg \beta = 1$

- 2) Ve čtvercové síti je vyznačen trojúhelník  $ABC$  a úhly  $\alpha$ ,  $\beta$ . Určete hodnotu  $\cos \alpha$  a  $\tg \beta$ .



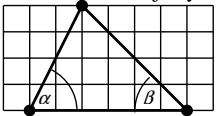
Nydl:  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ,  $\tg \beta = 1$

- 3) Ve čtvercové síti je vyznačen trojúhelník  $ABC$  a úhly  $\alpha$ ,  $\beta$ . Určete hodnotu  $\sin \beta$  a  $\tg \alpha$ .



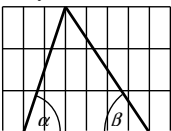
Nydl:  $\sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\tg \alpha = 2$

- 4) Ve čtvercové síti je vyznačen trojúhelník  $ABC$  a úhly  $\alpha$ ,  $\beta$ . Určete hodnotu  $\cos \beta$  a  $\cotg \alpha$ .



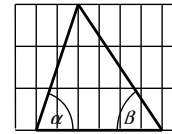
Nydl:  $\cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\cotg \alpha = 1/2$

- 5) V pravidelné obdélníkové síti je dán trojúhelník. Určete hodnotu  $\sin \alpha$  a  $\cotg \beta$ , jestliže délky stran každého z malých obdélníků v síti jsou 4 mm a 8 mm.



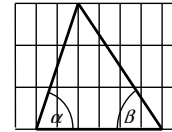
Nydl:  $\sin \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ ,  $\cotg \beta = \frac{2}{3}$

- 6) V pravidelné obdélníkové síti je dán trojúhelník. Určete hodnotu  $\cos \alpha$  a  $\tg \beta$ , jestliže délky stran každého z malých obdélníků v síti jsou 4 mm a 8 mm.



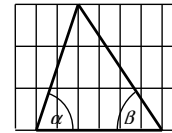
Nydl:  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ,  $\tg \beta = \frac{3}{2}$

- 7) V pravidelné obdélníkové síti je dán trojúhelník. Určete hodnotu  $\sin \beta$  a  $\tg \alpha$ , jestliže délky stran každého z malých obdélníků v síti jsou 4 mm a 8 mm.



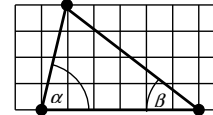
Nydl:  $\sin \beta = \frac{3\sqrt{13}}{13}$ ,  $\tg \alpha = 3$

- 8) V pravidelné obdélníkové síti je dán trojúhelník. Určete hodnotu  $\cos \beta$  a  $\cotg \alpha$ , jestliže délky stran každého z malých obdélníků v síti jsou 4 mm a 8 mm.



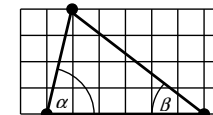
Nydl:  $\cos \beta = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ ,  $\cotg \alpha = \frac{1}{3}$

- 9) Ve čtvercové síti je vyznačen trojúhelník  $ABC$  a úhly  $\alpha$ ,  $\beta$ . Určete hodnotu  $\sin \alpha$  a  $\cotg \beta$ .



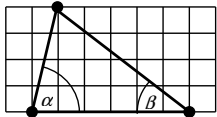
Nydl:  $\sin \alpha = \frac{4\sqrt{17}}{17}$ ,  $\cotg \beta = \frac{5}{4}$

- 10) Ve čtvercové síti je vyznačen trojúhelník  $ABC$  a úhly  $\alpha$ ,  $\beta$ . Určete hodnotu  $\cos \alpha$  a  $\tg \beta$ .



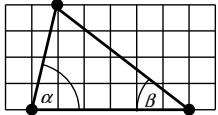
Nydl:  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{17}}{17}$ ,  $\tg \beta = \frac{4}{5}$

- 11) Ve čtvercové síti je vyznačen trojúhelník  $ABC$  a úhly  $\alpha$ ,  $\beta$ . Určete hodnotu  $\sin\beta$  a  $\operatorname{tg}\alpha$

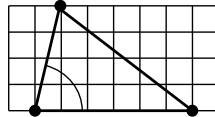


Nydl:  $\sin\beta = \frac{4\sqrt{41}}{41}$ ,  $\operatorname{tg}\alpha = 4$

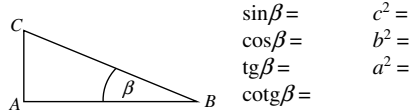
- 12) Ve čtvercové síti je vyznačen trojúhelník  $ABC$  a úhly  $\alpha$ ,  $\beta$ . Určete hodnotu  $\cos\beta$  a  $\operatorname{cotg}\alpha$



Nydl:  $\cos\beta = \frac{3\sqrt{41}}{41}$ ,  $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{1}{4}$

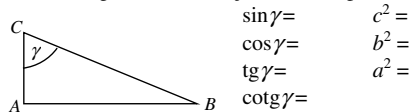


- 13) V daném pravouhlém trojúhelníku doplňte.



VH:  $\sin\beta = \frac{b}{a}$ ,  $\cos\beta = \frac{c}{a}$ ,  $\operatorname{tg}\beta = \frac{b}{c}$ ,  $\operatorname{cotg}\beta = \frac{c}{b}$ ,  $c^2 = a^2 - b^2$ ,  $c^2 = b^2 - a^2$ ,  $a^2 = c^2 + b^2$ ,

- 14) V daném pravouhlém trojúhelníku doplňte.



VH:  $\sin\gamma = \frac{b}{a}$ ,  $\cos\gamma = \frac{c}{a}$ ,  $\operatorname{tg}\gamma = \frac{b}{c}$ ,  $\operatorname{cotg}\gamma = \frac{c}{b}$ ,  $c^2 = a^2 - b^2$ ,  $c^2 = b^2 - a^2$ ,  $a^2 = c^2 + b^2$ ,

## 2. Trigonometrie pravouhlého trojúhelníka

- V pravouhlém trojúhelníku je  $\sin\alpha = 0,6$ . Určete hodnotu  $\sin\alpha$ ,  $\cos\alpha$ ,  $\operatorname{tg}\alpha$ ,  $\operatorname{cotg}\alpha$   
 VH:  $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{4}$ ,  $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{4}{3}$ .
- V pravouhlém trojúhelníku je  $\operatorname{tg}\alpha = 0,75$ . Určete hodnotu  $\sin\alpha$ ,  $\cos\alpha$ ,  $\operatorname{tg}\alpha$ ,  $\operatorname{cotg}\alpha$   
 VH:  $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{4}$ ,  $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{4}{3}$ .
- V pravouhlém trojúhelníku je  $\cos\alpha = 0,8$ . Určete hodnotu  $\sin\beta$ ,  $\cos\beta$ ,  $\operatorname{tg}\beta$ ,  $\operatorname{cotg}\beta$   
 VH:  $\sin\beta = \frac{4}{5}$ ,  $\cos\beta = \frac{3}{5}$ ,  $\operatorname{tg}\beta = \frac{4}{3}$ ,  $\operatorname{cotg}\beta = \frac{3}{4}$ .
- V pravouhlém trojúhelníku je  $\cos\beta = 0,8$ . Určete hodnotu  $\sin\alpha$ ,  $\cos\alpha$ ,  $\operatorname{tg}\alpha$ ,  $\operatorname{cotg}\alpha$   
 VH:  $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{3}$ ,  $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{3}{4}$ .
- V pravouhlém trojúhelníku je  $\operatorname{cotg}\beta = 0,75$ . Určete hodnotu  $\sin\alpha$ ,  $\cos\alpha$ ,  $\operatorname{tg}\alpha$ ,  $\operatorname{cotg}\alpha$   
 VH:  $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{4}$ ,  $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{4}{3}$ .

## 3. Přepona pravouhlého trojúhelníka

- V pravouhlém trojúhelníku je  $\operatorname{tg}\beta = 0,5$ ,  $a = 10$  cm. Určete délku přepony trojúhelníka.

Nydl:  $c = 5\sqrt{5}$

- V pravouhlém trojúhelníku je  $\operatorname{tg}\beta = 0,5$ ,  $a = 8$  cm. Určete délku přepony trojúhelníka.

Nydl:  $c = 4\sqrt{5}$

- V pravouhlém trojúhelníku je  $\operatorname{tg}\beta = 0,5$ ,  $a = 6$  cm. Určete délku přepony trojúhelníka.

Nydl:  $c = 3\sqrt{5}$

- V pravouhlém trojúhelníku je  $\operatorname{tg}\beta = 0,5$ ,  $a = 4$  cm. Určete délku přepony trojúhelníka.

Nydl:  $c = 2\sqrt{5}$

- V pravouhlém trojúhelníku je  $\operatorname{tg}\alpha = 0,4$ ,  $a = 16$  cm. Určete délku přepony trojúhelníka.

Nydl:  $c = 8\sqrt{29}$

- V pravouhlém trojúhelníku je  $\operatorname{tg}\alpha = 0,4$ ,  $a = 8$  cm. Určete délku přepony trojúhelníka.

Nydl:  $c = 4\sqrt{29}$

- V pravouhlém trojúhelníku je  $\operatorname{tg}\alpha = 0,4$ ,  $a = 4$  cm. Určete délku přepony trojúhelníka.

Nydl:  $c = 2\sqrt{29}$

- V pravouhlém trojúhelníku je  $\operatorname{tg}\alpha = 0,4$ ,  $a = 12$  cm. Určete délku přepony trojúhelníka.

Nydl:  $c = 6\sqrt{29}$

## 4. Obvod pravouhlého trojúhelníka

- V pravouhlém trojúhelníku platí  $\operatorname{tg}\beta = 0,8$ ,  $a = 20$  cm. Určete jeho obvod.

Nydl:  $o = 36 + 4\sqrt{41}$

- V pravouhlém trojúhelníku platí  $\operatorname{tg}\beta = 1,5$ ,  $a = 12$  cm. Určete jeho obvod.

Nydl:  $o = 30 + 6\sqrt{13}$

- V pravouhlém trojúhelníku platí  $\operatorname{tg}\beta = 0,2$ ,  $a = 10$  cm. Určete jeho obvod.

Nydl:  $o = 12 + 2\sqrt{26}$

- V pravouhlém trojúhelníku platí  $\operatorname{tg}\beta = 0,2$ ,  $a = 15$  cm. Určete jeho obvod.

Nydl:  $o = 18 + 3\sqrt{26}$

## 5. Obsah pravouhlého trojúhelníka

- V pravouhlém trojúhelníku je  $\operatorname{tg}\beta = 0,7$ ,  $a = 20$  cm. Určete obsah tohoto trojúhelníka.

Nydl:  $S = 140$  cm<sup>2</sup>.

- V pravouhlém trojúhelníku je  $\operatorname{tg}\beta = 0,7$ ,  $a = 30$  cm. Určete obsah tohoto trojúhelníka.

Nydl:  $S = 315$  cm<sup>2</sup>.

- V pravouhlém trojúhelníku je  $\operatorname{tg}\alpha = 0,8$ ,  $b = 15$  cm. Určete obsah tohoto trojúhelníka.

Nydl:  $S = 90$  cm<sup>2</sup>.

- V pravouhlém trojúhelníku je  $\operatorname{tg}\alpha = 0,8$ ,  $b = 20$  cm. Určete obsah tohoto trojúhelníka.

Nydl:  $S = 160$  cm<sup>2</sup>.

- V pravouhlém trojúhelníku je  $\operatorname{tg}\alpha = 0,8$ ,  $b = 25$  cm. Určete obsah tohoto trojúhelníka.

Nydl:  $S = 250$  cm<sup>2</sup>.

- V pravouhlém trojúhelníku je  $\operatorname{tg}\alpha = 0,8$ ,  $b = 30$  cm. Určete obsah tohoto trojúhelníka.

Nydl:  $S = 360$  cm<sup>2</sup>.

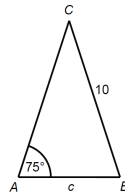
- V pravouhlém trojúhelníku známe stranu  $a = 54$  cm a pro její protější úhel platí  $\operatorname{tg}\alpha = 18$ .

Určete obsah tohoto trojúhelníka.

Nydl:  $S = 81$  cm<sup>2</sup>.

## 6. Maturitní příklady

- 1) Rovnoramenný trojúhelník  $ABC$  má při základně  $AB$  úhel velikosti  $\alpha = |\angle CAB| = 75^\circ$  a délky ramen  $|AC| = |BC| = 10$ . Jakou délku má základna  $c = |AB|$ ? Zaokrouhlete na jedno desetinné místo. (2 body)



CERMAT-10g: 5,2

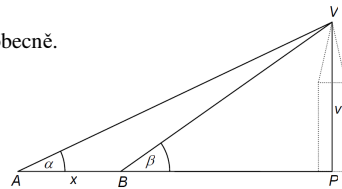
- 2) V rovnoběžníku  $ABCD$  se středem  $S$  má strana  $AB$  velikost  $a = 5$  cm, úhel  $ABS$  je pravý a úhlopříčka  $BD$  má velikost  $f = 12$  cm. Proveďte náčrtek. Vypočítejte obvod  $o$  čtyřúhelníku  $ABCD$ . Vypočítejte velikost vnitřního úhlu  $\alpha$  při vrcholu  $A$ . Zaokrouhlete na stupně a centimetry. (4 body)

CERMAT-10i:  $o = 36$  cm;  $\alpha = 67^\circ$ 

- 3) Vrchol věže  $V$  sledujeme z místa  $A$  pod úhlem  $\alpha$  a z místa  $B$ , které je v horizontálním směru o  $x$  metrů blíže k patě věže, pod úhlem  $\beta$ . (4 body)

Pro hodnoty  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ ,  $v = 50$  m vypočítejte vzdálenost  $x$ . Výsledek vyjádřené v metrech zaokrouhlete na celé číslo.

Ze vztahu  $x = \frac{v}{\tan \alpha} - \frac{v}{\tan \beta}$  vyjádřete výšku věže  $v$  obecně.



(2, 2)-body

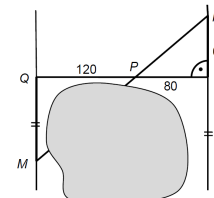
CERMAT-10i:  $x = 21$ ;  $v = \frac{x \tan \alpha \tan \beta}{\tan \beta - \tan \alpha}$ 

- 4) Jak dlouhý stín vrhá člověk vysoký 180 cm na vodorovnou podložku, jestliže světelné paprsky svírají s podložkou úhel  $50^\circ$ ? (Situaci si zobrazte.) (2 body)

- A)  $\frac{180}{\sin 50^\circ}$   
 B)  $180 \cdot \sin 50^\circ$   
 C)  $\frac{180}{\cos 50^\circ}$   
 D)  $180 \cdot \tan 50^\circ$   
 E)  $\frac{180}{\tan 50^\circ}$

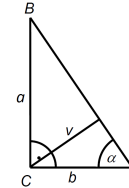
CERMAT-11i: E

- 5) Děti chtěly určit přímou vzdálenost míst  $M$  a  $N$ , která leží na dvou rovnoběžných cestách. Spojnice  $MN$  vede přes vodní nádrž. Děti odkrokovaly dostupnou trasu. Vzdálenost po cestě z  $N$  do  $O$  doměřily 60 kroky a pokračovaly po nejkratší spojnici ke druhé cestě. Po 80 krocích prošly v místě  $P$  pomyslnou spojnici  $MN$  a po dalších 120 krocích byly na druhé cestě v místě  $Q$ . Kolika krokům odpovídá vzdálenost  $MN$ ? (2 body)



CERMAT-11jp: 250

- 6) V pravoúhlém trojúhelníku  $ABC$  s pravým úhlem při vrcholu  $C$  má úhel  $CAB$  velikost  $\alpha = 60^\circ$ . Strana  $AC$  má délku  $b = 6\sqrt{3}$ . Vypočítejte délku strany  $BC$ . Vypočítejte velikost výšky  $v$  na přeponu  $AB$ . (2 body)

CERMAT-11p:  $a = 18$ ;  $v = 9$ 

- 7) Vnitřní úhel trojúhelníku  $ABC$  má velikost  $\alpha = 40^\circ$ . (2 body)  
 Pro délky stran platí vztah  $a^2 + b^2 = c^2$ .  
 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE):

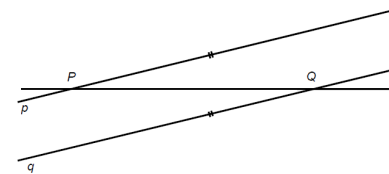
Nejdelší strana je  $c$ .Největší úhel má velikost  $100^\circ$ .

Trojúhelník je rovnoramenný

Osa strany  $b$  je rovnoběžná se stranou  $a$ .

CERMAT-12i: A, N, N, A (4 - 2body, 3 - 1body, 2a1a0 - 0bodů)

- 8) Rovnoběžné přímky  $p$ ,  $q$  protínají přímku  $r$  v bodech  $P$ ,  $Q$ . Vzdálenost rovnoběžek je 5, odchylka přímek  $p$ ,  $r$  je  $30^\circ$ . Určete vzdálenost bodu  $P$  od přímky  $q$ . Vypočítejte vzdálenost bodů  $P$ ,  $Q$ . (3 body)

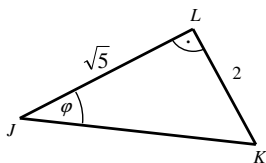


CERMAT-12j: 5;10

A	N
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

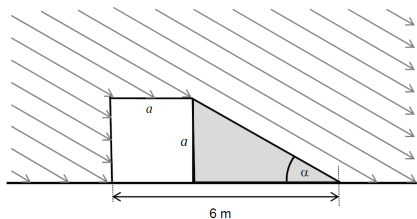
- 9) V trojúhelníku JKL platí  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{3}$ . Určete hodnotu  $\sin \varphi$ .

(1 bod)

CERMAT-12p:  $\sin \varphi = \frac{2}{3}$ 

- 10) Na vodorovné podložce je položena bedna tvaru krychle s hranou délky  $a$ . Bedna osvětlená slunečním světlem vrhá stín na podložku. Směr slunečních paprsků svírá s podložkou úhel  $\alpha$ . Jak dlouhá je hrana krychle, jestliže je  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$ ?

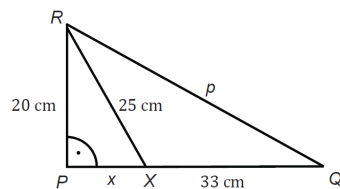
(2 body)



CERMAT-13i: 2,4

- 11) V pravouhlém trojúhelníku  $PQR$  je odvěsna  $PQ$  rozdělena bodem  $X$  na dva úseky, z nichž delší má délku 33 cm. Druhá odvěsna  $PR$  měří 20 cm a délka příčky  $RX$  je 25 cm. Vypočítejte délku  $p$  strany  $QR$ .

(2 body)

CERMAT-13j:  $p = 52 \text{ cm}$ 

- 12) Rozhodněte o každé následující trojici veličin, zda popisuje pravouhlý trojúhelník s přeponou  $c$  (ANO), či nikoli (NE).

$b = 1; c = 2; \alpha = 60^\circ$

$a = 1; b = \sqrt{3}; \alpha = 60^\circ$

$a = 2; c = 4; \alpha = 30^\circ$

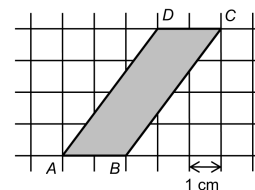
$a = \sqrt{2}; b = \sqrt{6}; \alpha = 30^\circ$

CERMAT-13j: A, N, A, A (4 – 2body, 3 – 1body, 2a1a0 – 0bodů)

(2 body)

A	N
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 13) Ve čtvercové síti je umístěn rovnoběžník  $ABCD$ .

Vypočítejte obsah rovnoběžníku  $ABCD$  a výsledek uveďte v  $\text{cm}^2$ .V rovnoběžníku  $ABCD$  určete poměr velikostí obou výšek. Výsledek uveďte v základním tvaru.CERMAT:  $8 \text{ cm}^2; 5:2$  nebo  $2:5$