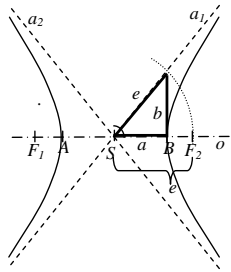


Hyperbola (4)

1. Základní pojmy

Def: Hyperbola je množina bodů, které mají od dvou pevně daných bodů (ohnisek) konstantní rozdíl vzdáleností.



- A, B ... vrcholy
- F₁, F₂ ... ohniska
- a = |SA| = |SB| ... vodorovná poloosa
- b = ... svislá poloosa
- e = |SF₁| = |SF₂| ... excentricita
- o = F₁F₂ ... hlavní osa hyperboly
- a₁, a₂ ... asymptoty

Rovnice hyperboly

Označme $S = [m; n]$... střed kružnice
 a ... vodorovná poloosa
 b ... svislá poloosa

A/ hlavní osa rovnoběžná s osou x

$$\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1 \dots \text{středová rovnice hyperboly}$$

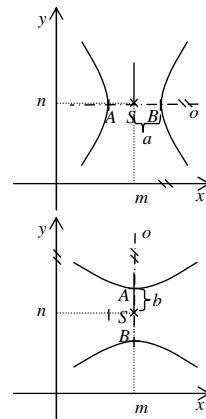
B/ hlavní osa rovnoběžná s osou y

$$-\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1 \dots \text{středová rovnice hyperboly}$$

Pro obě varianty platí Pythagorova věta: $e^2 = a^2 + b^2$

Po odstranění zlomků, umocněním závorek a uspořádáním v pořadí kvadratický, lineární a absolutní člen, získáme obecnou rovnici hyperboly:

$$ax^2 + bx^2 + cx + dx + e = 0$$



2. Určení obecné rovnice hyperboly ze souřadnic vrcholů

- 1) Napište obecnou rovnici hyperboly a excentricitu, je-li dáno: vrchol A=[0; 2], B=[6; 2], poloosa $b = \sqrt{5}$.
 $S=[3; 2], a = 3, b = \sqrt{5}, e = \sqrt{14}, 5x^2 - 9y^2 - 30x + 36y - 36 = 0$
- 2) Napište obecnou rovnici hyperboly a excentricitu, je-li dáno: vrchol A=[-3; 2], B=[1; 2], poloosa $b = \sqrt{3}$.
 $S=[-1; 2], a = 2, b = \sqrt{3}, e = \sqrt{7}, 3x^2 - 4y^2 + 6x + 16y - 25 = 0$
- 3) Napište obecnou rovnici hyperboly a excentricitu, je-li dáno: vrchol A=[4; -2], B=[6; -2], poloosa $b = \sqrt{2}$.
 $S=[5; -2], a = 1, b = \sqrt{2}, e = \sqrt{3}, 2x^2 - y^2 - 20x - 4y + 44 = 0$
- 4) Napište obecnou rovnici hyperboly a excentricitu, je-li dáno: vrchol A=[-2; -4], B=[4; -4], poloosa $b = \sqrt{3}$.
 $S=[1; -4], a = 3, b = \sqrt{3}, e = \sqrt{12}, 3x^2 - 9y^2 - 6x - 72y - 168 = 0$
- 5) Napište obecnou rovnici hyperboly a excentricitu, je-li dáno: vrchol A=[-1; -3], B=[9; -3], poloosa $b = \sqrt{5}$.
 $S=[4; -3], a = 25, b = \sqrt{5}, e = \sqrt{30}, x^2 - 5y^2 - 8x - 30y - 54 = 0$
- 6) Napište obecnou rovnici hyperboly a excentricitu, je-li dáno: vrchol A=[-8; -1], B=[4; -1], poloosa $b = 2$.
 $S=[-2; -1], a = 6, b = 2, e = \sqrt{40}, x^2 - 9y^2 + 4x - 18y - 41 = 0$

3. Určení obecné rovnice hyperboly ze souřadnic vrcholů

- 1) Napište obecnou rovnici hyperboly, je-li dáno: vrcholy A=[2; -2], B=[6; -2] a ohniska F₁=[1; -2], F₂=[7; -2].
 VH: S=[4; -2], a = 2, b = $\sqrt{5}, e = 3, 5x^2 - 4y^2 - 40x - 16y + 44 = 0$ →+(-)
- 2) Napište obecnou rovnici hyperboly, je-li dáno: vrcholy A=[-1; -3], B=[5; -3] a ohniska F₁=[-4; -3], F₂=[8; -3].
 VH: S=[2; -3], a = 3, b = $\sqrt{27}, e = 6, 3x^2 - y^2 - 12x - 6y - 24 = 0$ →+(-)
- 3) Napište obecnou rovnici hyperboly, je-li dáno: vrcholy A=[1; 1], B=[3; 1] a ohniska F₁=[-1; 1], F₂=[5; 1].
 VH: S=[2; 1], a = 1, b = $\sqrt{8}, e = 3, 8x^2 - y^2 - 32x + 2y + 23 = 0$ →+(-)
- 4) Napište obecnou rovnici hyperboly, je-li dáno: vrcholy A=[-6; 4], B=[2; 4] a ohniska F₁=[-7; 4], F₂=[3; 4].
 VH: S=[-2; 4], a = 4, b = 3, e = 5, $9x^2 - 16y^2 + 36x + 128y - 364 = 0$ →+(-)
- 5) Napište obecnou rovnici hyperboly, je-li dáno: vrcholy A=[1; 3], B=[1; 1] a ohniska F₁=[1; 4], F₂=[1; 0].
 VH: S=[1; 2], a = $\sqrt{3}, b = 1, e = 2, x^2 - 3y^2 - 2x + 12y - 8 = 0$ ⤴
- 6) Napište obecnou rovnici hyperboly, je-li dáno: vrcholy A=[-2; 8], B=[-2; -2] a ohniska F₁=[-2; 9], F₂=[-2; -3].
 VH: S=[-2; 3], a = $\sqrt{11}, b = 5, e = 6, 25x^2 - 11y^2 + 100x + 66y + 276 = 0$ ⤴

4. Převedení obecné rovnice hyperboly na středovou

- 1) Určete střed, délky poloos a excentricitu hyperboly určené rovnicí:
 $x^2 - 4y^2 + 6x - 8y - 11 = 0$
 $S=[-3; -1], a = 4, b = 2, e = \sqrt{20},$ →+(-)

- 2) Určete střed, délky poloos a excentricitu hyperboly určené rovnicí:
 $x^2 - 4y^2 - 4x - 32y - 124 = 0$
 $S=[2; -4], a=8, b=4, e=\sqrt{80}$ \rightarrow \leftarrow
- 3) Určete střed, délky poloos a excentricitu hyperboly určené rovnicí:
 $x^2 - 16y^2 + 12x + 64y - 92 = 0$
 $S=[-6; 2], a=8, b=2, e=\sqrt{68}$ \rightarrow \leftarrow
- 4) Určete střed, délky poloos a excentricitu hyperboly určené rovnicí:
 $x^2 - 25y^2 - 10x - 100y - 175 = 0$
 $S=[5; -2], a=10, b=2, e=\sqrt{104}$ \rightarrow \leftarrow
- 5) Určete střed, délky poloos a excentricitu hyperboly určené rovnicí:
 $x^2 - 9y^2 - 2x + 18y - 44 = 0$
 $S=[1; 1], a=6, b=2, e=\sqrt{40}$ \rightarrow \leftarrow
- 6) Určete střed, délky poloos a excentricitu hyperboly určené rovnicí:
 $9x^2 - y^2 - 18x + 6y - 36 = 0$
 $S=[1; 3], a=2, b=6, e=\sqrt{40}$
- 7) Určete střed, délky poloos a excentricitu hyperboly určené rovnicí:
 $9x^2 - 4y^2 - 72x - 8y + 176 = 0$
 $S=[4; -1], a=2, b=3, e=\sqrt{13}$ \downarrow
- 8) Určete střed, délky poloos a excentricitu hyperboly určené rovnicí:
 $x^2 - 4y^2 - 10x - 8y + 57 = 0$
 $S=[5; -1], a=6, b=3, e=\sqrt{45}$ \downarrow
- 9) Určete střed, délky poloos a excentricitu hyperboly určené rovnicí:
 $x^2 - 4y^2 - 4x - 32y + 4 = 0$
 $S=[2; -4], a=8, b=4, e=\sqrt{80}$ \downarrow
- 10) Určete střed, délky poloos a excentricitu hyperboly určené rovnicí:
 $9x^2 - y^2 - 18x + 6y + 36 = 0$
 $S=[1; 3], a=2, b=6, e=\sqrt{40}$ \downarrow
- 11) Určete střed, délky poloos a excentricitu hyperboly určené rovnicí:
 $16x^2 - y^2 - 64x + 6y + 71 = 0$
 $S=[2; 3], a=1, b=4, e=\sqrt{17}$ \downarrow
- 12) Určete souřadnice ohnisek hyperboly určené rovnicí:
 $9x^2 - 16y^2 + 54x + 32y + 641 = 0$
 $S=[-3; 1], a=8, b=6, e=10, F_1=[-3; 11], F_2=[-3; -9]$ \downarrow
- 13) Určete souřadnice ohnisek hyperboly určené rovnicí:
 $25x^2 - 11y^2 + 100x + 66y + 276 = 0$
 $S=[-2; 3], a=\sqrt{11}, b=5, e=6, F_1=[-2; 9], F_2=[-2; -3]$ \downarrow

5. Vzájemná poloha hyperboly a přímky - sečna

- 1) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: x^2 - 5y^2 + 8x - 20y - 8 = 0$ a přímky $p: x - 3y - 2 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $P_1=[-7; -3], P_2=[-1; -1]$.
- 2) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: 3x^2 - y^2 + 30x + 4y + 75 = 0$ a přímky $p: 2x + y + 8 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $P_1=[-7; 6], P_2=[-3; -2]$.
- 3) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: x^2 - 3y^2 + 6x + 6y + 2 = 0$ a přímky $p: x - 2y + 5 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.

- $P_1=[-7; -1], P_2=[1; 3]$.
- 4) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: 5x^2 - 9y^2 + 10x - 36y + 5 = 0$ a přímky $p: x - y - 1 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $P_1=[-4; -5], P_2=[2; 1]$.
- 5) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: x^2 - 5y^2 + 2x + 20y - 23 = 0$ a přímky $p: x - 3y + 7 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $P_1=[-4; 1], P_2=[2; 3]$.
- 6) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: 9x^2 - 2y^2 - 18x + 4y - 2 = 0$ a přímky $p: 2x - y - 1 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $P_1=[-2; -5], P_2=[4; 7]$.
- 7) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: 12x^2 - y^2 - 48x + 6y + 43 = 0$ a přímky $p: 4x - y - 5 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $P_1=[1; -1], P_2=[3; 7]$.
- 8) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: 5x^2 - y^2 - 20x + 4y + 20 = 0$ a přímky $p: 3x + y - 8 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $P_1=[1; 5], P_2=[3; -1]$.
- 9) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: 3x^2 - 4y^2 - 18x + 8y + 39 = 0$ a přímky $p: x + y - 4 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $P_1=[-1; 5], P_2=[7; -3]$.
- 10) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: 3x^2 - 16y^2 - 6x + 32y + 3 = 0$ a přímky $p: x + 2y - 3 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $P_1=[-3; 3], P_2=[5; -1]$.
- 11) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: 2x^2 - y^2 + 8x - 2y + 8 = 0$ a přímky $p: 3x + 2y + 8 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $P_1=[-4; 2], P_2=[0; -4]$.

6. Vzájemná poloha hyperboly a přímky - tečna

- 1) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: 3x^2 - y^2 + 24x - 4y + 41 = 0$ a přímky $p: 2x - y + 5 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $T=[-2; 1]$.
- 2) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: x^2 - y^2 + 8x - 6y - 1 = 0$ a přímky $p: 3x - y + 1 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $T=[-1; -2]$.
- 3) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: 8x^2 - y^2 - 32x - 2y + 39 = 0$ a přímky $p: 2x - y - 7 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $T=[1; -5]$.
- 4) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: 5x^2 - 3y^2 - 30x - 6y + 72 = 0$ a přímky $p: x - y - 2 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $T=[6; 4]$.
- 5) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: x^2 - y^2 - 4x - 2y + 11 = 0$ a přímky $p: x - 3y + 3 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $T=[3; 2]$.
- 6) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: 2x^2 - 3y^2 - 4x - 6y + 29 = 0$ a přímky $p: x - 2y + 2 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $T=[4; 3]$.
- 7) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: x^2 - 4y^2 - 2x - 8y + 17 = 0$ a přímky $p: x + 3y - 3 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $T=[-3; 2]$.

- 8) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: x^2 - 4y^2 + 2x + 8y + 17 = 0$ a přímky $p: x - 3y - 1 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $T = [-5; -2]$.
- 9) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: 5x^2 - 4y^2 + 10x + 8y + 81 = 0$ a přímky $p: x - 2y - 5 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $T = [-3; -4]$.
- 10) Určete vzájemnou polohu hyperboly $h: 8x^2 - y^2 + 16x + 8y + 64 = 0$ a přímky $p: 2x + y + 4 = 0$. Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.
 $T = [2; -8]$.