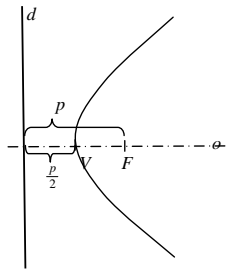


# Parabola (4)

## 1. Základní pojmy

Def: Parabola je množina bodů, které mají stejnou vzdálenost od dané přímky (řídící přímka – d) a bodu (ohnisko – F).



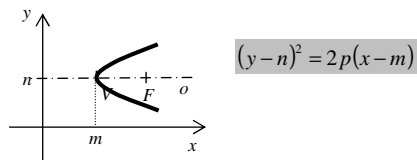
- o ... osa paraboly
- d ... řídící přímka
- F ... ohnisko
- V ... vrchol paraboly
- p ... parametr  $p = |dF|$
- $|VF| = \frac{p}{2}$

Rovnice první a nejjednodušší kuželosečky – kružnice je základní a jediná. Elipsa má obecnější, tedy složitější rovnici a tady pouze jednu, jen dvě varianty Pythagorovy věty podle toho zda je elipsa na šířky či na výšku. Hyperbola má dvě středové rovnice podle toho zda hlavní osa je rovnoběžná s osou x či osou y, na druhou stranu má jednu Pythagorovu větu. Parabola vzhledem ke svému tvaru má čtyři možnosti orientace – větve otočeny doprava, doleva, nahoru, dolů, má tedy čtyři rovnice, které nazýváme vrcholová rovnice:

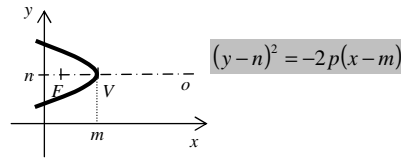
### Rovnice paraboly

Označme  $V = [m; n]$  ... vrchol paraboly  
 $p$  ... parametr paraboly

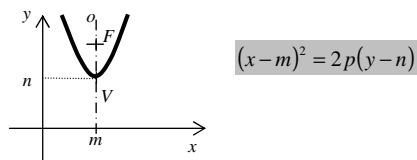
a) větve otočeny doprava



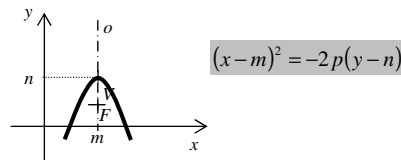
b) větve otočeny doleva



c) větve otočeny nahoru

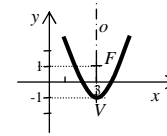


d) větve otočeny dolů



Umocněním závorek a uspořádáním v pořadí kvadratický, lineární a absolutní člen, získáme obecnou rovnici paraboly, kde vždy jeden kv. člen chybí:  $ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$

Př: Napište obecnou rovnici paraboly a její osy, kde  $V = [3; -1]$  a ohnisko  $F = [3; 1]$ . Pro řešení je velmi vhodný obrázek:



Parabola je umístěna tak, že větve směřují nahoru, tedy zvolíme rovnici  $(x - m)^2 = 2p(y - n)$ , rovnice osy  $o: x = 3$  vzdálenost mezi vrcholem a ohniskem je polovina parametru tj.  $\frac{p}{2} = 2$ , odtud  $p = 4$ . Dosadíme do vrcholové rovnice  $(x - 3)^2 = 2 \cdot 4(y + 1)$ , roznásobíme a upravíme a dostaneme obecnou rovnici:  $x^2 - 6x - 8y + 1 = 0$ .

## 2. Určení obecné rovnice paraboly ze souřadnic vrcholů

- 1) Napište obecnou rovnici paraboly a její osy, je-li dáno:  $V = [-1; -3]$ ,  $F = [-3; -3]$ .  
 $\rightarrow y = -3, \quad y^2 + 8x + 6y + 17 = 0$
- 2) Napište obecnou rovnici paraboly a její osy, je-li dáno:  $V = [-1; -2]$ ,  $F = [2; -2]$ .  
 $\leftarrow y = -2, \quad y^2 - 12x + 4y - 8 = 0$
- 3) Napište obecnou rovnici paraboly a její osy, je-li dáno:  $V = [5; 1]$ ,  $F = [5; -3]$ .  
 $\rightarrow x = 5, \quad x^2 - 10x + 16y + 9 = 0$
- 4) Napište obecnou rovnici paraboly a její osy, je-li dáno:  $V = [4; 1]$ ,  $F = [4; 2]$ .  
 $\rightarrow x = 4, \quad x^2 - 8x - 4y + 20 = 0$
- 5) Napište obecnou rovnici paraboly a její osy, je-li dáno:  $V = [3; 2]$ ,  $F = [5; 2]$ .  
 $\leftarrow y = 2, \quad y^2 - 8x - 4y + 28 = 0$
- 6) Napište obecnou rovnici paraboly a její osy, je-li dáno:  $V = [2; 3]$ ,  $F = [-1; 3]$ .  
 $\rightarrow y = 3, \quad y^2 + 12x - 6y - 15 = 0$
- 7) Napište obecnou rovnici paraboly a její osy, je-li dáno:  $V = [-4; 5]$ ,  $F = [-4; -3]$ .  
 $\rightarrow x = -4, \quad x^2 + 8x + 8y - 24 = 0$
- 8) Napište obecnou rovnici paraboly a její osy, je-li dáno:  $V = [-5; 2]$ ,  $F = [-5; 3]$ .  
 $\rightarrow x = -5, \quad x^2 + 10x - 4y + 33 = 0$
- 9) Napište obecnou rovnici paraboly a její osy, je-li dáno:  $V = [-6; 3]$ ,  $F = [-5; 3]$ .  
 $\leftarrow y = 3, \quad y^2 - 4x - 6y - 17 = 0$
- 10) Napište obecnou rovnici paraboly a její osy, je-li dáno:  $V = [7; -1]$ ,  $F = [6; -1]$ .  
 $\rightarrow y = -1, \quad y^2 + 4x + 2y - 27 = 0$
- 11) Napište obecnou rovnici paraboly a její osy, je-li dáno:  $V = [2; 3]$ ,  $F = [4; 3]$ .  
 $\leftarrow$  Sb-MM:  $y = 3, \quad y^2 - 8x - 6y + 25 = 0, \dots$ str.108/2.3-a)
- 12) Napište obecnou rovnici paraboly a její osy, je-li dáno:  $V = [3; -2]$ ,  $F = [3; -1]$ .  
 $\rightarrow$  Sb-MM:  $x = 5, \quad x^2 - 6x - 4y + 1 = 0, \dots$ str.108/2.3-b)
- 13) Napište obecnou rovnici paraboly a její osy, je-li dáno:  $V = [-2; 3]$ ,  $F = [-3; 3]$ .  
 $\rightarrow$  Sb-MM:  $y = -1, \quad y^2 + 4x - 6y + 17 = 0, \dots$ str.108/2.3-c)
- 14) Napište obecnou rovnici paraboly a její osy, je-li dáno:  $V = [-1; -1]$ ,  $F = [-1; -4]$ .  
 $\leftarrow$  Sb-MM:  $x = -1, \quad x^2 + 2x + 12y + 13 = 0, \dots$ str.108/2.3-d)

## 3. Převedení obecné rovnice paraboly na vrcholovou

- 1) Určete vrchol, osu, parametr a ohnisko paraboly určené rovnicí:  
 $x^2 - 16x + 4y + 72 = 0$   
 $V = [8; -2]$ ,  $F = [8; -3]$ ,  $x = 8$ ,  $p = 2$ .
- 2) Určete vrchol, osu, parametr a ohnisko paraboly určené rovnicí:  
 $x^2 - 14x - 8y + 17 = 0$   
 $V = [7; -4]$ ,  $F = [7; -2]$ ,  $x = 7$ ,  $p = 4$ .

- 3) Určete vrchol, osu, parametr a ohnisko paraboly určené rovnicí:

$$x^2 + 10x - 8y + 57 = 0$$

$$V=[-5; 4], F=[-5; 6], x = -5, p = 4.$$

- 4) Určete vrchol, osu, parametr a ohnisko paraboly určené rovnicí:

$$x^2 - 4x + 16y - 44 = 0$$

$$V=[2; 3], F=[2; -1], x = 2, p = 8.$$

- 5) Určete vrchol, osu, parametr a ohnisko paraboly určené rovnicí:

$$y^2 - 20x + 6y - 71 = 0$$

$$V=[-4; -3], F=[1; -3], y = -3, p = 10.$$

- 6) Určete vrchol, osu, parametr a ohnisko paraboly určené rovnicí:

$$y^2 + 12x + 4y + 40 = 0$$

$$V=[-3; -2], F=[-6; -2], y = -2, p = 6.$$

- 7) Určete vrchol, osu, parametr a ohnisko paraboly určené rovnicí:

$$y^2 + 16x - 8y + 48 = 0$$

$$V=[-2; 4], F=[-6; 4], y = 4, p = 8.$$

- 8) Určete vrchol, osu, parametr a ohnisko paraboly určené rovnicí:

$$y^2 - 8x - 4y - 36 = 0$$

$$V=[-5; 2], F=[-3; 2], y = 2, p = 4.$$

- 9) Určete vrchol, osu, parametr a ohnisko paraboly určené rovnicí:

$$y^2 + 12x + 10y + 37 = 0$$

$$V=[-1; -5], F=[-4; -5], y = -5, p = 6.$$

- 10) Určete vrchol, osu, parametr a ohnisko paraboly určené rovnicí:

$$y^2 + 16x + 12y - 12 = 0$$

$$V=[3; -6], F=[-1; -6], y = -6, p = 8.$$

- 11) Určete vrchol, osu, parametr a ohnisko paraboly určené rovnicí:

$$x^2 - 6x - 8y - 39 = 0$$

$$V=[3; -6], F=[3; -4], x = 3, p = 4.$$

- 12) Určete vrchol, osu, parametr a ohnisko paraboly určené rovnicí:

$$x^2 - 2x + 24y + 49 = 0$$

$$V=[1; -2], F=[1; -8], x = 1, p = 12.$$

#### 4. Vzájemná poloha paraboly a přímky - tečna

- Určete vzájemnou polohu paraboly  $p: y^2 - 4x + 4y - 4 = 0$ . a přímky  $q: x - 2y + 2 = 0$ . Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.  
 $T=[2; 2]$ .
- Určete vzájemnou polohu paraboly  $p: y^2 - 10x + 4y - 31 = 0$ . a přímky  $q: x - y + 4 = 0$ . Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.  
 $T=[-1; 3]$ .
- Určete vzájemnou polohu paraboly  $p: y^2 - 4x - 4y - 16 = 0$ . a přímky  $q: x + 2y + 5 = 0$ . Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.  
 $T=[-1; -2]$ .
- Určete vzájemnou polohu paraboly  $p: x^2 + 8x + 2y + 11 = 0$ . a přímky  $q: 3x + y + 5 = 0$ . Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.  
 $T=[-1; -2]$ .
- Určete vzájemnou polohu paraboly  $p: x^2 + 4x - 2y + 5 = 0$ . a přímky  $q: 3x - y + 2 = 0$ . Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.  
 $T=[1; 5]$ .
- Určete vzájemnou polohu paraboly  $p: y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$ . a přímky  $q: x - 3y - 9 = 0$ . Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.  
 $T=[-3; -4]$ .

#### 5. Vzájemná poloha paraboly a přímky - sečna

- Určete vzájemnou polohu paraboly  $p: x^2 - 12x - 16y - 60 = 0$ . a přímky  $q: 3x + 4y + 14 = 0$ . Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.  
 $P_1=[-2; -2], P_2=[2; -5]$ .
- Určete vzájemnou polohu paraboly  $p: x^2 - 6x + 16y - 7 = 0$ . a přímky  $q: x - 4y - 7 = 0$ . Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.  
 $P_1=[7; 0], P_2=[-5; -3]$ .
- Určete vzájemnou polohu paraboly  $p: x^2 - 12x - 4y + 16 = 0$ . a přímky  $q: 3x + 2y - 4 = 0$ . Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.  
 $P_1=[2; -1], P_2=[4; -4]$ .
- Určete vzájemnou polohu paraboly  $p: y^2 - 4x - 6y + 17 = 0$ . a přímky  $q: 2x + y - 11 = 0$ . Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.  
 $P_1=[6; -1], P_2=[3; 5]$ .
- Určete vzájemnou polohu paraboly  $p: y^2 - 4x - 10y + 13 = 0$ . a přímky  $q: 2x + 3y - 5 = 0$ . Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.  
 $P_1=[1; 1], P_2=[-2; 3]$ .
- Určete vzájemnou polohu paraboly  $p: y^2 + 4x - 8y + 20 = 0$ . a přímky  $q: 2x - y + 10 = 0$ . Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.  
 $P_1=[-5; 0], P_2=[-2; 2]$ .

#### 6. Vzájemná poloha paraboly a přímky - nesečna

- Určete vzájemnou polohu paraboly  $p: y^2 + 8x + 6y + 17 = 0$ . a přímky  $q: 2x + y - 5 = 0$ . Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.  
*nesečna*
- Určete vzájemnou polohu paraboly  $p: x^2 - 12x - 4y + 24 = 0$ . a přímky  $q: 2x + 4y - 5 = 0$ . Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.  
*nesečna*
- Určete vzájemnou polohu paraboly  $p: x^2 - 10x - 8y + 1 = 0$ . a přímky  $q: 3x + 2y + 5 = 0$ . Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.  
*nesečna*
- Určete vzájemnou polohu paraboly  $p: y^2 - 4x + 2y + 5 = 0$ . a přímky  $q: 2x - 3y + 2 = 0$ . Pokud mají společné body, tak určete jejich souřadnice.  
*nesečna*

#### 7. Určení parametru tečny k parabole

- Určete parametr  $m$  tak, aby přímka  $p: x - 2y + m = 0$  byla tečnou k parabole dané rovnicí:  $y^2 - 4x + 2y - 23 = 0$ .  
 $m = 8, T=[-2; 3]$
- Určete parametr  $m$  tak, aby přímka  $p: x - y + m = 0$  byla tečnou k parabole dané rovnicí:  $y^2 + 6x + 4y + 19 = 0$ .  
 $m = -1, T=[-4; -5]$
- Určete parametr  $m$  tak, aby přímka  $p: x - y + m = 0$  byla tečnou k parabole dané rovnicí:  $y^2 + 4x + 6y - 3 = 0$ .  
 $m = -7, T=[2; -5]$
- Určete parametr  $m$  tak, aby přímka  $p: x - 3y + m = 0$  byla tečnou k parabole dané rovnicí:  $y^2 - 2x + 4y + 7 = 0$ .

$$m = -3, T=[6; 1]$$

- 5) Určete parametr  $m$  tak, aby přímka  $p: x - 2y + m = 0$  byla tečnou k parabole dané rovnicí:

$$y^2 - 4x + 4y - 4 = 0.$$

$$m = 2, T=[2; 2]$$

- 6) Určete parametr  $m$  tak, aby přímka  $p: x - y + m = 0$  byla tečnou k parabole dané rovnicí:

$$y^2 - 10x + 4y - 31 = 0.$$

$$m = 4, T=[-1; 3]$$

- 7) Určete parametr  $m$  tak, aby přímka  $p: x + 2y + m = 0$  byla tečnou k parabole dané rovnicí:

$$y^2 - 4x - 4y - 16 = 0.$$

$$m = 5, T=[-1; -2]$$

- 8) Určete parametr  $m$  tak, aby přímka  $p: 3x + y + m = 0$  byla tečnou k parabole dané rovnicí:

$$x^2 + 8x + 2y + 11 = 0.$$

$$m = 5, T=[-1; -2]$$

- 9) Určete parametr  $m$  tak, aby přímka  $p: 3x - y + m = 0$  byla tečnou k parabole dané rovnicí:

$$x^2 + 4x - 2y + 5 = 0.$$

$$m = 2, T=[1; 5]$$

- 10) Určete parametr  $m$  tak, aby přímka  $p: x - 3y + m = 0$  byla tečnou k parabole dané rovnicí:

$$y^2 + 2x + 2y - 2 = 0.$$

$$m = -9, T=[-3; -4]$$

- 11) Určete parametr  $m$  tak, aby přímka  $p: x + my + 3m = 0$  byla tečnou k parabole dané

rovnicí:  $y^2 + 2x + 2y - 2 = 0.$

$$m_1 = -3, T=[-3; -4], m_2 = -1, T=[5; -2]$$