

## Souřadnice bodů v rovině a v prostoru (4)

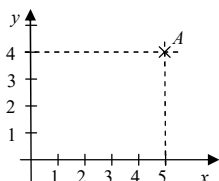
### 1. Základní pojmy

Základy analytické geometrie položil René Descartes. (1596 – 1650)

Použití v praxi:

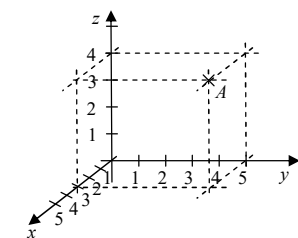
- 1) zobrazení display, monitor, projekce,
- 2) funkce např. průběh teploty při předpovědi počasí,
- 3) GPS.

Souřadnice bodů v rovině



bod  $A = [5; 4]$

Souřadnice bodů v prostoru



bod  $A = [3; 5; 4]$

### 2. Vzdálenost bodů v rovině

- 1) Vypočítejte vzdálenost bodů  $C=[3; 3]$  a  $D=[2; -1]$ .  
 $|CD| = \sqrt{17}$
- 2) Vypočítejte vzdálenost bodů  $R=[-2; 5]$  a  $S=[3; 4]$ .  
 $|RS| = \sqrt{26}$
- 3) Vypočítejte vzdálenost bodů  $X=[-4; -2]$  a  $Y=[-2; 3]$ .  
 $|XY| = \sqrt{29}$
- 4) Vypočítejte vzdálenost bodů  $B=[-2; 1]$  a  $D=[6; -3]$ .  
 $|BD| = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$
- 5) Vypočítejte vzdálenost bodů  $P=[1; 1]$  a  $Q=[-5; -2]$ .  
 $|PQ| = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$
- 6) Vypočítejte vzdálenost bodů  $K=[5; 7]$  a  $L=[2; 11]$ .  
 $|KL| = 5$
- 7) Vypočítejte vzdálenost bodů  $U=[4; 3]$  a  $V=[1; -2]$ .  
 $|UV| = \sqrt{34}$
- 8) Vypočítejte vzdálenost bodů  $M=[1; -1]$  a  $N=[4; -2]$ .  
 $|MN| = \sqrt{10}$

### 3. Vzdálenost bodů v prostoru

- 1) Vypočítejte vzdálenost bodů  $A=[-4; 2; 6]$  a  $B=[-1; -1; 3]$ .  
 $|AB| = \sqrt{27}$
- 2) Vypočítejte vzdálenost bodů  $X=[4; 3; 0]$  a  $Y=[1; 5; 3]$ .  
 $|XY| = \sqrt{22}$

- 3) Vypočítejte vzdálenost bodů  $B=[2; 2; -1]$  a  $D=[-3; 4; 1]$ .  
 $|BD| = \sqrt{33}$
- 4) Vypočítejte vzdálenost bodů  $U=[-2; -1; 5]$  a  $V=[-5; -3; 4]$ .  
 $|UV| = \sqrt{14}$
- 5) Vypočítejte vzdálenost bodů  $K=[3; 1; -5]$  a  $L=[1; 2; -3]$ .  
 $|KL| = 3$
- 6) Vypočítejte vzdálenost bodů  $C=[3; 1; 1]$  a  $D=[1; 3; 2]$ .  
 $|CD| = 3$
- 7) Vypočítejte vzdálenost bodů  $R=[5; -2; -3]$  a  $S=[2; 0; 3]$ .  
 $|RS| = 7$
- 8) Vypočítejte vzdálenost bodů  $P=[-1; -2; -5]$  a  $Q=[1; 3; -4]$ .  
 $|PQ| = \sqrt{30}$

### 4. Střed úsečky v rovině

- 1) Jsou dány body  $A=[2; 1]$  a  $B=[8; 5]$ . Vypočítejte souřadnice středu úsečky  $AB$ .  
 $S_{AB}=[5; 3]$
- 2) Jsou dány body  $U=[2; -3]$  a  $V=[4; 5]$ . Vypočítejte souřadnice středu úsečky  $UV$ .  
 $S_{UV}=[3; 1]$
- 3) Jsou dány body  $C=[3; -2]$  a  $D=[5; 4]$ . Vypočítejte souřadnice středu úsečky  $CD$ .  
 $S_{CD}=[4; 1]$
- 4) Jsou dány body  $M=[-3; 2]$  a  $N=[5; 2]$ . Vypočítejte souřadnice středu úsečky  $MN$ .  
 $S_{MN}=[1; 2]$
- 5) Jsou dány body  $K=[-3; -4]$  a  $L=[2; -2]$ . Vypočítejte souřadnice středu úsečky  $KL$ .  
 $S_{KL}=[-1/2; -3]$
- 6) Jsou dány body  $X=[0; 5]$  a  $Y=[-3; -3]$ . Vypočítejte souřadnice středu úsečky  $XY$ .  
 $S_{XY}=[-3/2; 1]$
- 7) Jsou dány body  $P=[4; -2]$  a  $Q=[1; 2]$ . Vypočítejte souřadnice středu úsečky  $PQ$ .  
 $S_{PQ}=[5/2; 0]$

### 5. Střed úsečky v prostoru

- 1) Jsou dány body  $A=[2; -1; 3]$  a  $B=[0; 5; -9]$ . Vypočítejte souřadnice středu úsečky  $AB$ .  
 $S_{AB}=[1; 2; -3]$
- 2) Jsou dány body  $U=[3; 0; 5]$  a  $V=[-1; 4; -11]$ . Vypočítejte souřadnice středu úsečky  $UV$ .  
 $S_{UV}=[1; 2; -3]$
- 3) Jsou dány body  $K=[4; 5; 1]$  a  $L=[0; -1; -9]$ . Vypočítejte souřadnice středu úsečky  $KL$ .  
 $S_{KL}=[2; 2; -4]$
- 4) Jsou dány body  $C=[2; -3; 3]$  a  $D=[4; 5; 7]$ . Vypočítejte souřadnice středu úsečky  $CD$ .  
 $S_{CD}=[3; 1; 5]$
- 5) Jsou dány body  $X=[-8; 3; 4]$  a  $Y=[2; 5; 0]$ . Vypočítejte souřadnice středu úsečky  $XY$ .  
 $S_{XY}=[-3; 4; 2]$
- 6) Jsou dány body  $P=[0; -7; 3]$  a  $Q=[-8; 5; -3]$ . Vypočítejte souřadnice středu úsečky  $PQ$ .  
 $S_{PQ}=[-4; -1; 0]$

### 6. Určení souřadnice bodu v rovině pro danou vzdálenost

- 1) Jsou dány body  $A=[1; 3]$ ,  $B=[-1; x]$ . Určete číslo  $x$  tak, aby  $|AB| = \sqrt{5}$ .  
 $x_1 = 4, x_2 = 2$
- 2) Jsou dány body  $R=[x; 2]$ ,  $S=[3; 4]$ . Určete číslo  $x$  tak, aby  $|RS| = \sqrt{8}$ .  
 $x_1 = 1, x_2 = 5$

- 3) Jsou dány body  $Q=[x; -2]$ ,  $P=[2; -3]$ . Určete číslo  $x$  tak, aby  $|QP| = \sqrt{10}$ .  
 $x_1 = -1, x_2 = 5$
- 4) Jsou dány body  $E=[-1; x]$ ,  $F=[3; 1]$ . Určete číslo  $x$  tak, aby  $|EF| = 5$ .  
 $x_1 = 4, x_2 = -2$
- 5) Jsou dány body  $A=[-2; x]$ ,  $B=[2; 1]$ . Určete číslo  $x$  tak, aby  $|AB| = \sqrt{11}$ .  
 NŘ
- 6) Jsou dány body  $X=[4; 2]$ ,  $Y=[1; x]$ . Určete číslo  $x$  tak, aby  $|XY| = 3$ .  
 $x_{1,2} = 2$
- 7) Jsou dány body  $A=[-1; x]$ ,  $C=[3; -1]$ . Určete číslo  $x$  tak, aby  $|AC| = \sqrt{7}$ .  
 NŘ
- 8) Jsou dány body  $U=[1; -2]$ ,  $V=[x; -1]$ . Určete číslo  $x$  tak, aby  $|UV| = \sqrt{2}$ .  
 $x_1 = 0, x_2 = 2$
- 9) Jsou dány body  $G=[7; 1]$ ,  $H=[-5; x]$ . Určete číslo  $x$  tak, aby  $|GH| = 13$ .  
 $x_1 = -4, x_2 = 6$
- 10) Jsou dány body  $T=[x; -3]$ ,  $U=[-2; 3]$ . Určete číslo  $x$  tak, aby  $|TU| = 6$ .  
 $x_{1,2} = -2$

### 7. Určení bodu úsečky pro daný střed

- 1) Jsou dány bodu  $A=[1; -1; 3]$  a  $S=[2; 1; 0]$ . Určete bod  $B$  tak, aby bod  $S$  byl střed úsečky  $AB$ .  
 $B=[3; 3; -3]$
- 2) Jsou dány bodu  $K=[1; 1; 3]$  a  $S=[-1; 0; 1]$ . Určete bod  $L$  tak, aby bod  $S$  byl střed úsečky  $KL$ .  
 $L=[-3; -1; -1]$
- 3) Jsou dány bodu  $U=[-4; -6; -5]$  a  $S=[-1; -3; -2]$ . Určete bod  $V$  tak, aby bod  $S$  byl střed úsečky  $UV$ .  
 $V=[2; 0; 1]$
- 4) Jsou dány bodu  $P=[3; -2; 3]$  a  $S=[3; 2; 0]$ . Určete bod  $Q$  tak, aby bod  $S$  byl střed úsečky  $PQ$ .  
 $Q=[3; 6; -3]$
- 5) Jsou dány bodu  $C=[-4; 1; -2]$  a  $S=[-3; 3; 1]$ . Určete bod  $D$  tak, aby bod  $S$  byl střed úsečky  $CD$ .  
 $D=[-2; 5; 4]$
- 6) Jsou dány bodu  $R=[-3; 1; 7]$  a  $S=[-1/2; 3; 5/2]$ . Určete bod  $T$  tak, aby bod  $S$  byl střed úsečky  $RT$ .  
 $T=[2; 5; -2]$
- 7) Jsou dány bodu  $M=[4; 3; -2]$  a  $S=[1; 4; -3]$ . Určete bod  $N$  tak, aby bod  $S$  byl střed úsečky  $MN$ .  
 $N=[-2; 5; -4]$

### 8. Obvod trojúhelníku

- 1) Vypočtete obvod trojúhelníku  $ABC$  o vrcholech  $A=[-4; 2]$ ,  $B=[0; -1]$ ,  $C=[3; 3]$ .  
 VH:  $o = 10 + 5\sqrt{2}$
- 2) Vypočtete obvod trojúhelníku  $ABC$  o vrcholech  $A=[1; -1]$ ,  $B=[5; 1]$ ,  $C=[-2; 5]$ .  
 VH:  $o = \sqrt{65} + 5\sqrt{5}$
- 3) Vypočtete obvod trojúhelníku  $ABC$  o vrcholech  $A=[-3; -1]$ ,  $B=[3; -7]$ ,  $C=[-1; 5]$ .  
 VH:  $o = 6\sqrt{2} + 6\sqrt{10}$

- 4) Vypočtete obvod trojúhelníku  $ABC$  o vrcholech  $A=[3; -2]$ ,  $B=[-1; 2]$ ,  $C=[-4; -1]$ .  
 VH:  $o = 12\sqrt{2}$
- 5) Vypočtete obvod trojúhelníku  $ABC$  o vrcholech  $A=[3; -2]$ ,  $B=[-1; 2]$ ,  $C=[5; -4]$ .  
 VH:  $o = 12\sqrt{2}$
- 6) Vypočtete obvod trojúhelníku  $ABC$  o vrcholech  $A=[3; -2]$ ,  $B=[1; 2]$ ,  $C=[-4; -1]$ .  
 VH:  $o = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{5} + \sqrt{34}$

### 9. Pravoúhlý trojúhelník

- 1) Dokažte, že trojúhelník o vrcholech  $K=[0; 0]$ ,  $L=[3; 1]$ ,  $M=[1; 7]$  je pravoúhlý.  
 VH:  $\sqrt{10}; \sqrt{40}; \sqrt{50} \Rightarrow$  je pravoúhlý
- 2) Dokažte, že trojúhelník o vrcholech  $A=[2; 1]$ ,  $B=[6; 3]$ ,  $C=[1; 3]$  je pravoúhlý.  
 VH:  $\sqrt{5}; \sqrt{25}; \sqrt{30} \Rightarrow$  je pravoúhlý
- 3) Rozhodněte zda daný trojúhelník o vrcholech  $A=[3; -2]$ ,  $B=[1; 4]$ ,  $C=[-2; 0]$  je pravoúhlý.  
 VH:  $\sqrt{40}; \sqrt{25}; \sqrt{29} \Rightarrow$  není pravoúhlý
- 4) Rozhodněte zda daný trojúhelník o vrcholech  $A=[3; -2]$ ,  $B=[-1; 2]$ ,  $C=[-4; -1]$  je pravoúhlý.  
 VH:  $\sqrt{18}; \sqrt{32}; \sqrt{50} \Rightarrow$  je pravoúhlý
- 5) Rozhodněte zda daný trojúhelník o vrcholech  $K=[0; 2]$ ,  $L=[3; 1]$ ,  $M=[1; 7]$  je pravoúhlý.  
 VH:  $\sqrt{10}; \sqrt{40}; \sqrt{26} \Rightarrow$  není pravoúhlý
- 6) Rozhodněte zda daný trojúhelník o vrcholech  $A=[3; -2]$ ,  $B=[1; 4]$ ,  $C=[-2; 1]$  je pravoúhlý.  
 VH:  $\sqrt{40}; \sqrt{34}; \sqrt{18} \Rightarrow$  není pravoúhlý

### 10. Délka těžnice

- 1) V trojúhelníku  $A=[1; -3]$ ,  $B=[7; -1]$ ,  $C=[2; 4]$  určete délku těžnice  $t_c$ .  
 $S_{AB}=[4; -2]$ ,  $|CS_{AB}| = 2\sqrt{10}$
- 2) V trojúhelníku  $A=[-2; -1]$ ,  $B=[4; -3]$ ,  $C=[2; 1]$  určete délku těžnice  $t_a$ .  
 $S_{BC}=[3; -1]$ ,  $|AS_{BC}| = 5$
- 3) V trojúhelníku  $A=[-2; -1]$ ,  $B=[4; -3]$ ,  $C=[2; 1]$  určete délku těžnice  $t_b$ .  
 $S_{AC}=[0; 0]$ ,  $|BS_{AC}| = 5$
- 4) V trojúhelníku  $A=[-2; -1]$ ,  $B=[4; -3]$ ,  $C=[2; 1]$  určete délku těžnice  $t_c$ .  
 $S_{AB}=[1; -2]$ ,  $|CS_{AB}| = \sqrt{10}$
- 5) V trojúhelníku  $A=[-3; -1]$ ,  $B=[3; -7]$ ,  $C=[-1; 5]$  určete délku těžnice  $t_a$ .  
 $S_{BC}=[1; -1]$ ,  $|AS_{BC}| = 4$
- 6) V trojúhelníku  $A=[-3; -1]$ ,  $B=[3; -7]$ ,  $C=[-1; 5]$  určete délku těžnice  $t_b$ .  
 $S_{AC}=[-2; 2]$ ,  $|BS_{AC}| = 2\sqrt{26}$
- 7) V trojúhelníku  $A=[-3; -1]$ ,  $B=[3; -7]$ ,  $C=[-1; 5]$  určete délku těžnice  $t_c$ .  
 $S_{AB}=[0; -4]$ ,  $|CS_{AB}| = \sqrt{82}$

### 11. Užití vzdáleností a středu úsečky

- 1) Na ose  $x$  určete bod  $P$ , který má od bodů  $A=[8; -5; 0]$  a  $B=[4; -1; 4]$  stejnou vzdálenost.  
 $P=[7; 0; 0]$
- 2) Na ose  $z$  určete bod  $R$ , který má od bodů  $K=[4; -1; -5]$  třikrát větší vzdálenost než od bodu  $L=[2; 1; 1]$ .  
 $R_1=[0; 0; 3]$ ,  $R_2=[0; 0; 1/2]$

- 3) Na ose  $z$  určete bod  $R$ , který je stejně vzdálen od bodů  $P=[-4; 1; 7]$ ,  $Q=[3; 5; -2]$ .  
 $R=[0; 0; 14/9]$
- 4) Vypočtete obsah pravoúhlého trojúhelníku o vrcholech  $K=[0; 0]$ ,  $L=[3; 1]$ ,  $M=[1; 7]$ .  
 $S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{40} = 10$
- 5) Vypočtete obsah pravoúhlého trojúhelníku o vrcholech  $A=[2; 1]$ ,  $B=[6; 3]$ ,  $C=[1; 3]$ .  
 $S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = 5$
- 7) Vypočtete obsah pravoúhlého trojúhelníku o vrcholech  $A=[3; -2]$ ,  $B=[-1; 2]$ ,  $C=[-4; -1]$ .  
 $S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{2} = 12$
- 8) Vypočtete obsah pravoúhlého trojúhelníku o vrcholech  $A=[-1; 6]$ ,  $B=[1; 0]$ ,  $C=[-2; -1]$ .  
 $S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 10$
- 9) Vypočtete obsah pravoúhlého trojúhelníku o vrcholech  $A=[5; -2]$ ,  $B=[-1; 1]$ ,  $C=[1; 5]$ .  
 $S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{5} \cdot 2 \cdot \sqrt{5} = 15$
- 10) Vypočtete obsah pravoúhlého trojúhelníku o vrcholech  $A=[4; -3]$ ,  $B=[-1; 2]$ ,  $C=[-4; -1]$ .  
 $S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{2} = 15$