

# MATEMATIKA

MAMZD20C0T04

## DIDAKTICKÝ TEST

**Maximální bodové hodnocení: 50 bodů**  
**Hranice úspěšnosti: 33 %**

### 1 Základní informace k zadání zkoušky

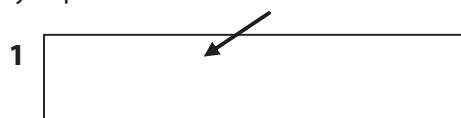
- **Didaktický test** obsahuje **26 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulátor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů. Nelze použít programovatelný kalkulátor.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- První část didaktického testu (úlohy 1–15) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 16–26) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

### 2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

### 2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

### 2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvete původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

**TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!**

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Ve třídě je 32 žáků, 13 z nich hraje na kytaru, 15 na flétnu a 10 žáků nehraje na žádný z těchto dvou nástrojů.

(CZVV)

**1 bod**

**1 Vypočtěte, kolik žáků třídy hraje na kytaru i na flétnu.**

---

**1 bod**

**2 Pro  $y \in (0; +\infty)$  zjednodušte:**

$$\sqrt{\frac{y^{64}}{16} \cdot \left(\frac{2}{y^7}\right)^4} =$$

---

**1 bod**

**3 Určete všechny hodnoty  $c \in \mathbb{R}$ , pro které má smysl výraz:**

$$\frac{\sqrt{1-c}}{\sqrt{5-c}}$$

---

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Paní Veselá si chtěla pořídit auto. Za nové by utratila 75 % svých úspor. Kdyby si pořídila rok staré auto, 43 % úspor by jí zbylo.

(CZVV)

**1 bod**

**4 Vypočtěte, o kolik procent je rok staré auto levnější než nové.**

max. 2 body

- 5 Pro  $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$  zjednodušte  
(výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

$$\frac{a+1}{\frac{a+1}{a}-1} : \frac{a}{a+1} - 1 =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

---

max. 2 body

- 6 V oboru  $\mathbb{R}$  řešte:

$$\frac{x-6}{x-3} = 2 - \frac{x}{x+3}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

Hodinová sazba trenéra badmintonu je o 250 korun vyšší než hodinový pronájem kurtu.  
Cena za dvě hodiny pronájmu kurtu je o jednu devítinu nižší, než je hodinová sazba trenéra badmintonu.

(Hodinová sazba trenéra badmintonu nezahrnuje pronájem kurtu.)

(CZVV)

**max. 2 body**

**7 Vypočtete v korunách hodinovou sazbu trenéra badmintonu.**

---

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

V lichoběžníku je délka jedné základny 4 cm. Výška lichoběžníku je stejná jako délka druhé základny a obsah lichoběžníku je  $96 \text{ cm}^2$ .

(CZVV)

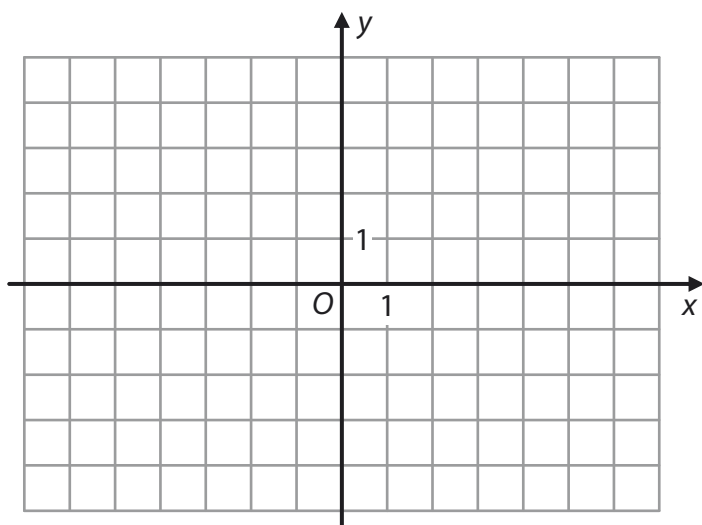
**max. 2 body**

**8 Vypočtete v cm výšku lichoběžníku.**

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Je dána přímka  $p: y = 0,5x + 1$ .

Přímka  $q$  je kolmá k přímce  $p$  a prochází bodem  $Q[-2; 4]$ .



(CZVV)

**max. 2 body**

**9**

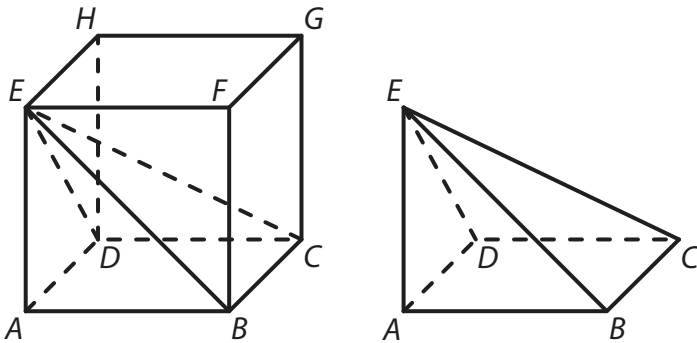
9.1 V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  sestrojte přímku  $q$ .

**V záznamovém archu** obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

9.2 Vypočtěte souřadnice průsečíku  $M[m_1; m_2]$  přímek  $p, q$ .

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V krychli  $ABCDEFGH$  je umístěn čtyřboký jehlan  $ABCDE$ , který má objem  $243 \text{ cm}^3$ .



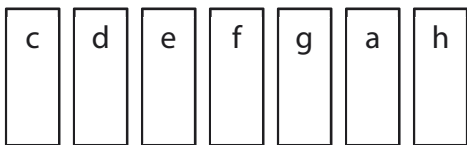
(CZVV)

1 bod

10 Vypočtěte v  $\text{cm}^2$  obsah podstavy  $ABCD$ .

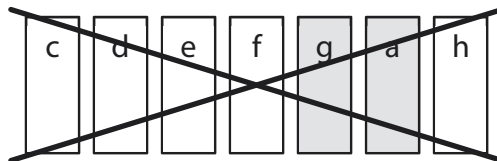
### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Hugo ponechal na dětském xylofonu 7 destiček s tóny  $c, d, e, f, g, a, h$ .



Do telefonu si pak nahrál všechny dvojzvuky vytvořené současným klepnutím dvěma paličkami na dvě různé destičky, které spolu bezprostředně **nesousedí**.

(Nahrál si např. dvojzvuky  $d-g, e-a, g-h$ .)



(CZVV)

1 bod

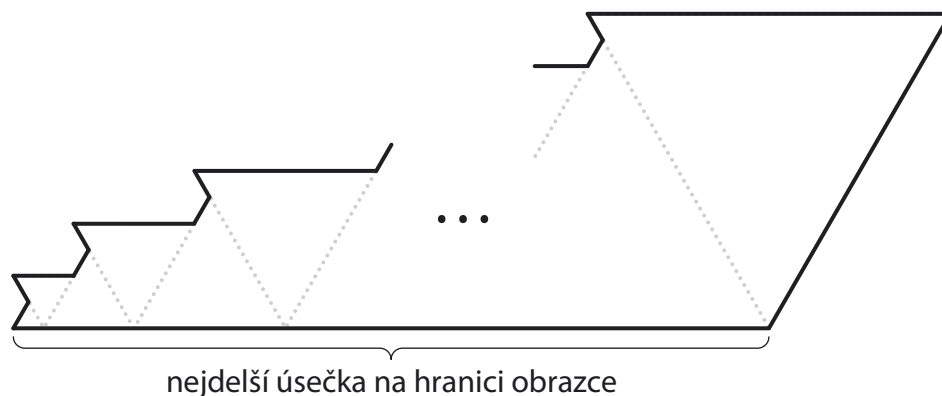
11 Vypočtěte, kolik různých dvojzvuků si Hugo nahrál do telefonu.

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

Zakreslený obrazec se skládá z 50 rovnostranných trojúhelníků.

První z těchto trojúhelníků má stranu délky 1 cm.

Každý další trojúhelník má stranu o 1 cm delší než předchozí trojúhelník.



Nejdelší úsečka na hranici obrazce se skládá z vodorovných stran všech trojúhelníků s lichým pořadím (1., 3., 5. atd.). Každý trojúhelník se sudým pořadím má na této úsečce jeden vrchol.

(CZVV)

**max. 2 body**

### 12 Vypočtete v cm

- 12.1 délku nejdelší úsečky na hranici obrazce,
- 12.2 obvod obrazce.

---

## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

V Kocourkově si klient založil účet a vložil na něj 2 000 zlatáků. Po uplynutí každého roku se aktuální částka na jeho účtu mávnutím proutku zvětší o polovinu.

Klient na účet žádné další peníze nekládá, ani je z účtu nevybírá.

(CZVV)

**max. 2 body**

### 13 Vypočtete,

- 13.1 kolik zlatáků bude mít klient na účtu po dvou letech od jeho založení,
- 13.2 po kolika letech od založení účtu bude mít klient poprvé na účtu přes 1 milion zlatáků.

## VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 14

V tabulce s odměnami všech 12 pracovníků firmy chybí nejvyšší odměna.  
Aritmetický průměr odměn všech pracovníků je o 20 % větší než medián těchto odměn.

|                   |        |        |        |        |   |
|-------------------|--------|--------|--------|--------|---|
| Odměna v korunách | 15 000 | 20 000 | 25 000 | 30 000 |   |
| Četnost           | 4      | 3      | 2      | 2      | 1 |

(CZVV)

**max. 3 body**

### **14 Vypočtete v korunách**

- 14.1 aritmetický průměr odměn všech pracovníků firmy,
- 14.2 nejvyšší odměnu.

**V záznamovém archu** uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.



### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Žebřík je postaven na dvorku s vodorovnou dlažbou a opřen o svislou zeď domu. Dosahuje do výšky 450 cm. Když přisuneme spodní konec žebříku o 88 cm blíž k domu, dosáhne žebřík ještě o 44 cm výš.



(CZVV)

max. 2 body

**15** Vypočtete v cm délku žebříku.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

V pondělí byli ve třídě všichni žáci a poměr počtu dívek ku počtu chlapců byl 3 : 2.

V úterý chyběly ve třídě pouze 3 dívky a uvedený poměr se změnil na 5 : 4.

Ve středu chyběli 2 chlapci a 2 dívky.

Ve čtvrtek chyběli pouze 2 chlapci.

V pátek nikdo nechyběl.

(CZVV)

**max. 2 body**

**16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**

- |  | <b>A</b>                 | <b>N</b>                 |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 16.1 V úterý bylo ve třídě přítomno 15 dívek.                      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.2 Ve středu byl poměr počtu dívek ku počtu chlapců roven 3 : 2. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.3 Ve čtvrtek bylo ve třídě přítomno 10 chlapců.                 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.4 V pátek bylo ve třídě celkem 28 žáků.                         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

17 Je dán výraz:

$$\frac{100 \cdot \log_a a^{25}}{\log_5 25^{100}}$$

**Který z následujících výrazů je pro každé  $a \in (1; +\infty)$  ekvivalentní s daným výrazem?**

- A) 25
- B) 12,5
- C)  $0,2a$
- D)  $0,5a^{25}$
- E) Žádný z uvedených výrazů není s daným výrazem ekvivalentní.

18 **Pro kterou z následujících nerovnic je množinou všech řešení v oboru  $\mathbb{R}$  interval  $(-1; 3)$ ?**

A)  $\frac{x-3}{x^2+1} < 0$

B)  $(x+1)(3-x) < 0$

C)  $(x+1)(x-3) < 0$

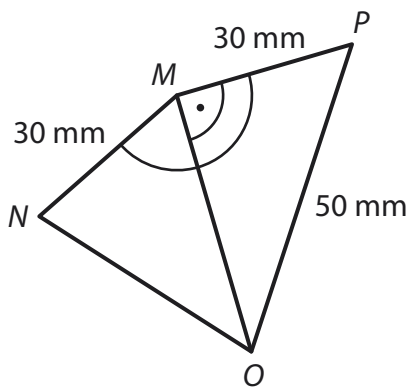
D)  $\frac{3-x}{x+1} \geq 0$

E)  $\frac{x^2-9}{x+1} \geq 0$

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Ve čtyřúhelníku  $MNOP$  platí:

$|MN| = |MP| = 30$  mm,  $|OP| = 50$  mm,  $|\sphericalangle NMP| = 150^\circ$ ,  $|\sphericalangle OMP| = 90^\circ$



(CZVV)

**2 body**

**19** Jaká je délka strany  $NO$ ?

Výsledek je zaokrouhlen na celé mm.

- A) 31 mm
- B) 33 mm
- C) 36 mm
- D) 40 mm
- E) větší než 41 mm

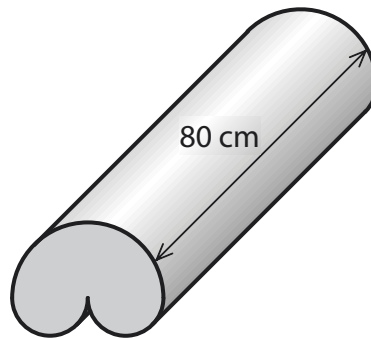
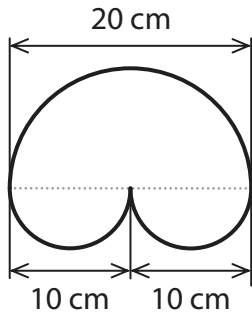
## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 20–21

Molitanová balanční podložka je těleso složené ze tří půlválců (částí rotačních válců).

Podstavou největšího půlválce je půlkruh s průměrem 20 cm a podstavami dvou stejných menších půlválců jsou půlkruhy s průměrem 10 cm.

Výšky všech půlválců jsou 80 cm.

Podstava podložky



(CZVV)

**2 body**

**20 Jaký je objem balanční podložky?**

- A)  $4\pi \text{ dm}^3$
- B)  $5\pi \text{ dm}^3$
- C)  $6\pi \text{ dm}^3$
- D)  $8\pi \text{ dm}^3$
- E) jiný objem

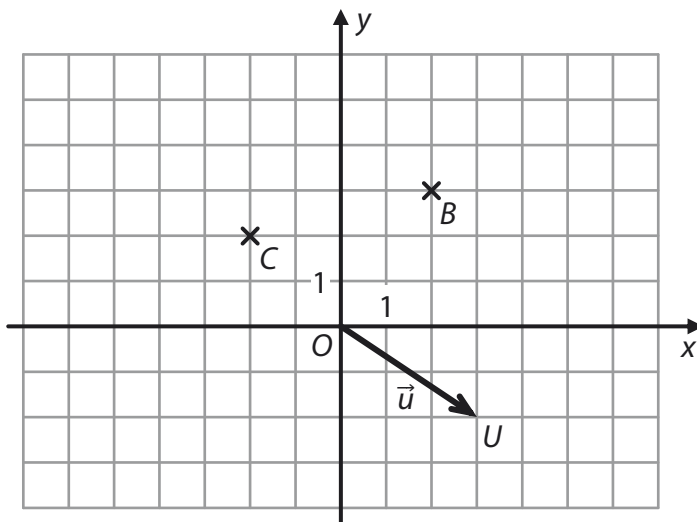
**2 body**

**21 Jaký je povrch balanční podložky (včetně obou podstav)?**

- A) menší než  $1600\pi \text{ cm}^2$
- B)  $1600\pi \text{ cm}^2$
- C)  $1675\pi \text{ cm}^2$
- D)  $1750\pi \text{ cm}^2$
- E) větší než  $1750\pi \text{ cm}^2$

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  sestrojíme bod  $A$  tak, aby orientované úsečky  $\overrightarrow{AB}$  a  $\overrightarrow{OU}$  určovaly tentýž vektor  $\vec{u}$ .



Body  $B, C, U$  jsou mřížové body.

(CZW)

**2 body**

**22** Jaká bude vzdálenost bodů  $A, C$ ?

- A) menší než  $\sqrt{10}$
- B)  $\sqrt{10}$
- C) 5
- D)  $\sqrt{50}$
- E) větší než  $\sqrt{50}$

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

V rovině leží body  $A[-5; 3]$ ,  $B[-1; 5]$  a přímka  $o: y = -x$ .

Bod  $S$  je střed úsečky  $AB$ .

(CZVV)

**2 body**

**23 Který z následujících bodů je obrazem bodu  $S$  v osově souměrnosti s osou  $o$ ?**

- A)  $[-4; 3]$
- B)  $[-4; -3]$
- C)  $[4; -3]$
- D)  $[3; -4]$
- E)  $[-3; -4]$

---

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 24

Z číslic 0, 1, 2, 3 jsou sestavena všechna trojmístná (neboli trojciferná) čísla, ve kterých se číslice **neopakují**. (Trojmístné číslo nezačíná číslicí 0.)

(CZVV)

**2 body**

**24 Jaká je pravděpodobnost, že při náhodném výběru jednoho z těchto čísel vybereme číslo liché?**

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{2}{9}$
- C)  $\frac{2}{3}$
- D)  $\frac{4}{9}$
- E) jiná hodnota pravděpodobnosti

max. 4 body

25 Každá funkce daná některým z předpisů 25.1–25.4 je definována pro všechna  $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ .

**Přiřadte ke každému předpisu funkce (25.1–25.4) útvar (A–F), na němž leží všechny body grafu této funkce.**

25.1  $y = \frac{2x^3}{x}$  \_\_\_\_\_

25.2  $y = \frac{x^2}{x \cdot \sqrt{2}}$  \_\_\_\_\_

25.3  $y = \frac{x \cdot \sqrt{2}}{x}$  \_\_\_\_\_

25.4  $y = \frac{x^2}{2x^3}$  \_\_\_\_\_

- A) přímka různoběžná se souřadnicovými osami
- B) přímka rovnoběžná se souřadnicovou osou  $x$
- C) přímka rovnoběžná se souřadnicovou osou  $y$
- D) parabola souměrná podle souřadnicové osy  $x$
- E) parabola souměrná podle souřadnicové osy  $y$
- F) hyperbola

---

max. 3 body

26 Pro  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  přiřadte ke každému výrazu (26.1–26.3) jeho ekvivalentní vyjádření (A–E).

26.1  $\operatorname{tg} x \cdot \sin 2x$  \_\_\_\_\_

26.2  $\cos 2x + 1$  \_\_\_\_\_

26.3  $\frac{1}{1 + \operatorname{cotg}^2 x}$  \_\_\_\_\_

- A)  $\sin^2 x$
- B)  $\cos^2 x$
- C)  $2 \cdot \sin x$
- D)  $2 \cdot \sin^2 x$
- E)  $2 \cdot \cos^2 x$

---

**ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.**

---