cermat

MATEMATIKA 9

M9PAD19C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

- Tento dokument obsahuje komentovaná řešení jednotlivých úloh didaktického testu.
- U každé úlohy je uveden jeden (příp. několik) z mnoha možných způsobů řešení.
- Do záznamového archu se zpravidla zapisují pouze výsledky úloh.
  U úloh **3**, **4.3** a **5** se vyžaduje také zápis postupu řešení.
- Na konci dokumentu je přiložen vzor vyplněného záznamového archu.

V úlohách **1**, **2**, **4.1**, **4.2**, **6**, **7**, **8** a **16** přepište do **záznamového archu** pouze **výsledky**.

1 bod

1 **Vypočtěte** tři pětiny z dvojnásobku čísla 15.

Řešení:

$\frac{3}{5} \cdot 2 \cdot 15 = \mathbf{18}$

---

max. 2 body

2 **Doplňte do rámečku takové číslo, aby platila rovnost:**

2.1

11 hodin 17 minut – 9 hodin 45 minut = $\boxed{}$ minut

Řešení:

11 h 17 min – 9 h 45 min = 2 h 17 min – 45 min = 137 min – 45 min = **92** min

případně

11 h 17 min – 9 h 45 min = 11 h + 17 min – (9 h + 45 min) = 2 h – 28 min = **92** min

11 hodin 17 minut – 9 hodin 45 minut = $\boxed{\mathbf{92}}$ minut

2.2

$28\ m^2 - \boxed{}\ dm^2 = 2\,300\ dm^2 + 2\,300\ cm^2$

Řešení:

Řešíme v dm^2.

$2\,300\ dm^2 + 2\,300\ cm^2 = 2\,300\ dm^2 + 23\ dm^2 = 2\,323\ dm^2$

$2\,800\ dm^2 - \boxed{}\ dm^2 = 2\,323\ dm^2$

$2\,800\ dm^2 - 2\,323\ dm^2 = \mathbf{477}\ dm^2$

$28\ m^2 - \boxed{\mathbf{477}}\ dm^2 = 2\,300\ dm^2 + 2\,300\ cm^2$

V záznamovém archu uveďte **čísla doplněná do rámečků**.

Doporučení: Úlohy **3**, **4.3** a **5** řešte přímo **v záznamovém archu**.

max. 4 body

3 Vypočtěte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.

3.1

$$(6-4)\cdot\frac{11}{8}+\frac{9}{14}\cdot\frac{7}{6}=$$

Řešení:

$$(6-4)\cdot\frac{11}{8}+\frac{9}{14}\cdot\frac{7}{6}=2\cdot\frac{11}{8}+\frac{3}{4}=\frac{11}{4}+\frac{3}{4}=\frac{14}{4}=\boldsymbol{\frac{7}{2}}$$

3.2

$$\frac{\frac{2\cdot 3}{6}-\frac{4}{2\cdot 3}}{\frac{2+3}{6}}=$$

Řešení:

$$\frac{\frac{2\cdot 3}{6}-\frac{4}{2\cdot 3}}{\frac{2+3}{6}}=\frac{\frac{6-4}{6}}{\frac{5}{6}}=\frac{2}{6}\cdot\frac{6}{5}=\boldsymbol{\frac{2}{5}}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

---

max. 4 body

4 Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky)**:**

4.1

$$(3a-2)\cdot(-2a)=$$

Řešení:

$$(3a-2)\cdot(-2a)=\boldsymbol{-6a^2+4a}$$

4.2

$$(3x-4)^2=$$

Řešení:

$$(3x-4)^2=\boldsymbol{9x^2-24x+16}$$

4.3

$$(2+n)\cdot(3n-3)+(3n-n)\cdot 2-n\cdot(3-5)=$$

Řešení:

$$(2+n)\cdot(3n-3)+(3n-n)\cdot 2-n\cdot(3-5)=6n+3n^2-6-3n+4n+2n=\boldsymbol{3n^2+9n-6}$$

V záznamovém archu uveďte pouze v podúloze 4.3 celý **postup řešení**.

max. 4 body

5 Řešte rovnici:

5.1

$$0{,}6x - \frac{1}{2} = 1{,}4x + 1{,}5$$

Řešení:

$$0{,}6x - \frac{1}{2} = 1{,}4x + 1{,}5 \quad \Big| \cdot 10$$

$$6x - 5 = 14x + 15$$

$$-20 = 8x$$

$$x = -\frac{20}{8}$$

$$\boldsymbol{x = -\frac{5}{2}}$$

5.2

$$\frac{3-2y}{3} = \frac{1-2y}{4} + \frac{y+3}{6}$$

Řešení:

$$\frac{3-2y}{3} = \frac{1-2y}{4} + \frac{y+3}{6} \quad \Big| \cdot 12$$

$$4 \cdot (3-2y) = 3 \cdot (1-2y) + 2 \cdot (y+3)$$

$$12 - 8y = 3 - 6y + 2y + 6$$

$$3 = 4y$$

$$\boldsymbol{x = \frac{3}{4}}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení** (zkoušku nezapisujte).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Všichni chlapci atletického oddílu se seřadili do zástupu podle velikosti. Před Petrem stála jedna osmina celkového počtu chlapců. Hned za Petrem stál jeho bratr Radek a za Radkem ještě pět šestin celkového počtu chlapců.

(CZVV)

max. 4 body

6 Neznámý celkový počet chlapců atletického oddílu označte x.

6.1 V závislosti na veličině x **vyjádřete** počet chlapců, kteří stáli před Petrem.

6.2 V závislosti na veličině x **vyjádřete** počet chlapců, kteří stáli za Petrem.

6.3 **Vypočtěte** celkový počet chlapců atletického oddílu.

Řešení:

x … počet chlapců (stojících v zástupu)

6.1 Před Petrem je osmina počtu chlapců:

$$\boldsymbol{\frac{x}{8}}$$

6.2 Za Petrem je Radek (1 osoba) a ještě pět šestin počtu chlapců:

$$\boldsymbol{1+\frac{5x}{6}}$$

6.3 Celý zástup chlapců tvořili chlapci stojící před Petrem, Petr a chlapci stojící za Petrem:

$$x=\frac{x}{8}+1+1+\frac{5x}{6}$$

$$x=\frac{x}{8}+2+\frac{5x}{6} \quad \Big| \cdot 24$$

$$24x=3x+48+20x$$

$$\boldsymbol{x=48}$$

V atletickém oddílu bylo **48 chlapců**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Na obrázku jsou sestaveny dvě různé dvojice ozubených koleček.
Šedé kolečko má 15 zubů a obě bílá kolečka 24 zubů.
Černé kolečko, které má méně zubů než bílé, se za každých 5 sekund otočí třikrát.

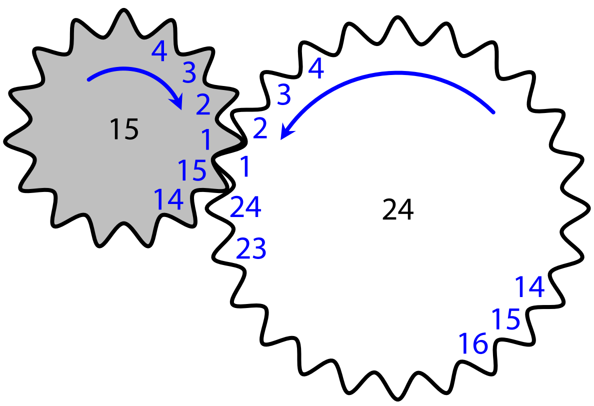
(*CZVV*)

max. 4 body

7

7.1 Pro první dvojici koleček **určete**, kolikrát se musí otočit šedé kolečko, než se poprvé obě kolečka vrátí do výchozí polohy.

Podrobné řešení:



U obou ozubených koleček můžeme všechny zuby očíslovat. Zuby, které spolu sousedí ve výchozí poloze, mají číslo 1. Při pootočení o 1 zub se setkají zuby s čísly 2, při dalším takovém pootočení zuby s čísly 3 atd., až se setkají zuby s čísly 15.

Při dalším pootočení o 1 zub se zub s číslem 1 v šedém kolečku setká se zubem s číslem 16 v bílém kolečku. Šedé kolečko se tak vrátilo do výchozí polohy, ale bílé kolečko ještě ne.

Tedy při každém pootočení o 15 zubů se šedé kolečko dostane do výchozí polohy.
Bílé kolečko se dostane do výchozí polohy při každém pootočení o 24 zubů.

Šedé kolečko bude ve výchozí poloze, pokud se pootočí buď o 15 zubů, nebo o 30 zubů, nebo o 45 zubů, …, tedy o takový počet zubů, který je násobkem čísla 15.

Bílé kolečko bude ve výchozí poloze, pokud se pootočí buď o 24 zubů, nebo o 48 zubů, nebo o 72 zubů, …, tedy o takový počet zubů, který je násobkem čísla 24.

Aby se obě kolečka dostala do výchozí polohy, počet zubů, o které se kolečka pootočí, musí být současně násobkem čísla 15 i násobkem čísla 24.

Šedé kolečko – násobky 15: 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, …
Bílé kolečko – násobky 24: 24, 48, 72, 96, 120, 144, …

Poprvé se obě kolečka vrátí do výchozí polohy, když se pootočí o 120 zubů.
Číslo 120 je osminásobek čísla 15 (šedé kolečko se otočilo **8krát**) a pětinásobek čísla 24 (bílé kolečko se otočilo 5krát).

Obě kolečka se poprvé dostanou do výchozí polohy **po osmém otočení** šedého kolečka.

Stručné řešení:

Šedé kolečko bude ve výchozí poloze, pokud se pootočí o jakýkoli násobek 15 zubů.
Bílé kolečko bude ve výchozí poloze, pokud se pootočí o jakýkoli násobek 24 zubů.

Hledáme tedy nejmenší společný násobek čísel 15 a 24.

$15 = 3 \cdot 5$
$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 3 \cdot 8$
$n(15, 24) = 3 \cdot 5 \cdot 8 = 120$

Kolečka se pootočila o 120 zubů.

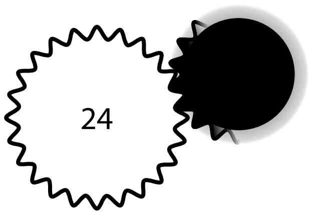
Platí: $120 = 15 \cdot \mathbf{8}$, to znamená, že šedé kolečko s 15 zuby se otočí **8krát**, než se obě kolečka se poprvé vrátí do výchozí polohy.

7.2 **Určete**, kolikrát se černé kolečko otočí za 5 minut.

Řešení:

Černé kolečko se za každých 5 sekund otočí třikrát.

5 minut je 60krát více než 5 sekund, proto se černé kolečko za 5 minut otočí celkem 180krát ($60 \cdot 3 = 180$).



7.3 Ve druhé dvojici koleček se obě kolečka vrátí do výchozí polohy poprvé po dvou otáčkách bílého kolečka.
Vypočtěte, kolik zubů má černé kolečko.

Řešení:

Bílé kolečko má 24 zubů.

Obě kolečka – bílé i černé – budou poprvé ve výchozí poloze po 2 otáčkách bílého kolečka, což představuje pootočení o 48 zubů.

Černé kolečko splňuje následující 3 podmínky (viz výchozí text):

1. Má méně než 24 zubů.
2. Při pootočení o 24 zubů není ve výchozí poloze, tedy počet jeho zubů <u>není</u> dělitelem čísla 24.
3. Při pootočení o 48 zubů je ve výchozí poloze, tedy počet jeho zubů je dělitelem čísla 48.

Dělitele čísla 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
Dělitele čísla 48: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

Jediné číslo, které splňuje všechny 3 podmínky, je číslo 16.
Černé kolečko má **16 zubů**.

Jiný způsob řešení:

Bílé kolečko má 24 zubů.

Obě kolečka – bílé i černé – budou poprvé ve výchozí poloze po 2 otáčkách bílého kolečka, což představuje pootočení o 48 zubů.

Po prvním otočení bílého kolečka bude černé kolečko pootočené do poloviny.
To znamená, že se černé kolečko mohlo otočit 0,5krát, nebo 1,5krát, nebo 2,5krát, nebo 3,5krát apod.
Po druhé otáčce bílého kolečka (48 zubů) tak černé kolečko mohlo vykonat 1, nebo 3, nebo 5, nebo 7 otáček apod., tedy lichý počet otáček.

Počet zubů černého kolečka získáme vydělením čísla 48 počtem jeho otáček, tedy lichým číslem. To lze provést beze zbytku jen čísly 1 a 3.

$48 : 1 = 48$

$48 : 3 = \mathbf{16}$

Černé kolečko má méně zubů než bílé.
Tedy černé kolečko má **16 zubů**.

Jiný způsob řešení:

Bílé kolečko má 24 zubů, 2 otáčky tak představují pootočení o 48 zubů.

Nejmenší společný násobek počtů zubů bílého a černého kolečka bude 48. (Obě kolečka budou ve výchozí poloze po 2 otáčkách bílého kolečka.)

Počet zubů černého kolečka označíme z.
Platí: $n(24, z) = 48, \quad z < 24$

$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

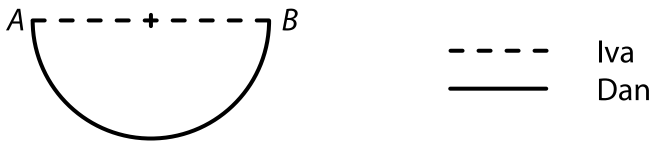
Číslo z je dělitelem čísla 48 a rozklad čísla z musí obsahovat součin $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, což splňují pouze čísla 16 a 48. Z nich pouze 16 je menší než 24, proto $\boldsymbol{z} = \mathbf{16}$.

$n(24, \mathbf{16}) = 48$

Černé kolečko má **16 zubů**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Z místa *A* do místa *B* šla Iva přímou cestou dlouhou 2 km. Dan šel z místa *A* do místa *B* vycházkovou trasou, která má tvar půlkružnice.



(*CZVV*)

max. 2 body

8

8.1 **Vypočtěte**, kolikrát delší byla cesta Dana než cesta Ivy.
(Výsledek zaokrouhlete na setiny.)

8.2 **Vypočtěte**, o kolik kilometrů více ušel Dan než Iva.
(Výsledek zaokrouhlete na setiny km.)

Řešení:

Iva ušla z *A* do *B* (přímou cestou) 2 km.

Vyjádříme délku x vycházkové trasy Dana, což je polovina délky kružnice s poloměrem $r = 1$ km (poloměr r je polovina délky přímé cesty Ivy z *A* do *B*).

$x = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r = \pi r, \qquad x \doteq 3{,}14$ km

8.1 $3{,}14 : 2 =$ **1,57**

Cesta Dana byla **1,57krát** delší než cesta Ivy.

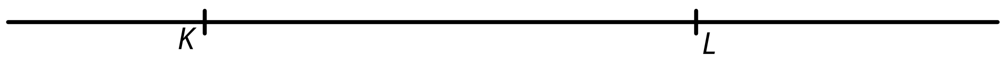
8.2 $3{,}14 - 2 =$ **1,14**

Dan ušel **o 1,14 km** více než Iva.

Doporučení pro úlohy **9** a **10**: Rýsujte přímo **do záznamového archu**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině leží přímka *KL*.



(CZVV)

max. 2 body

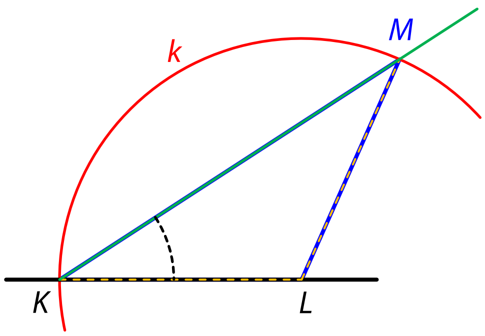
9 Body *K*, *L* jsou vrcholy trojúhelníku *KLM*. Velikost úhlu *LKM* je 30°. Vzdálenost bodu *L* od bodu *K* je stejná jako vzdálenost bodu *L* od bodu *M*.

Sestrojte <u>**jeden**</u> **trojúhelník** ***KLM*****.**

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:

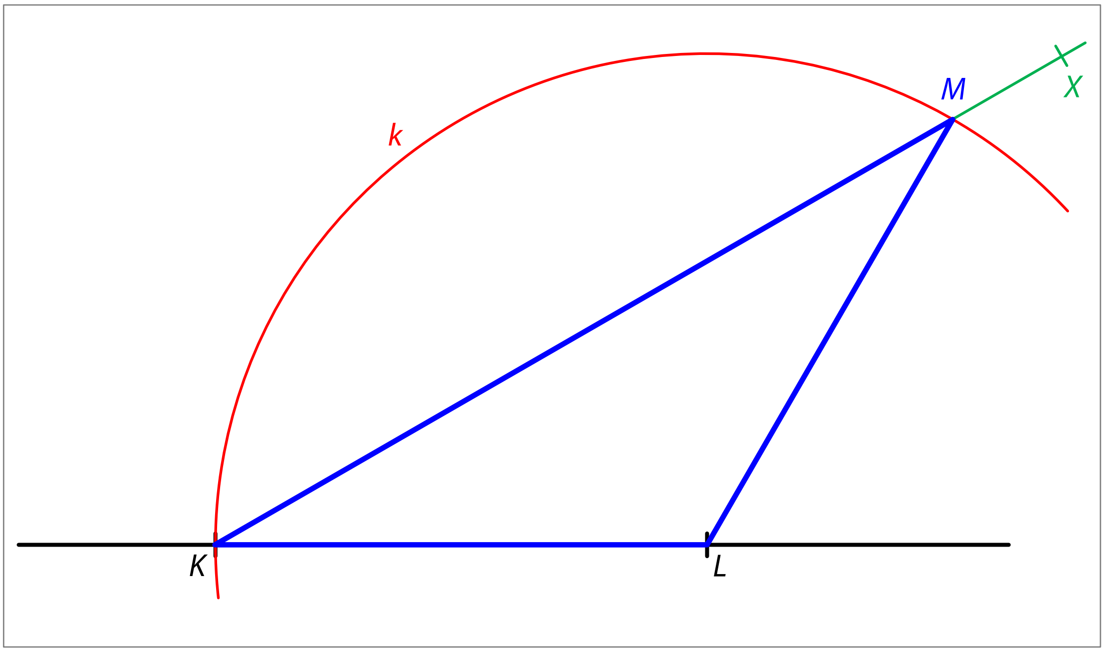
Nejprve sestrojíme náčrtek trojúhelníku *KLM* a vyznačíme v něm zadané údaje.



Strana *KL* je dána a má stejnou délku jako strana *LM*, tedy obě tyto strany jsou rameny rovnoramenného trojúhelníku *KLM*. Proto body *K* a *M* leží na kružnici *k*, která má střed v bodě *L* a poloměr *LK*.
V trojúhelníku *KLM* je zadána i velikost vnitřního úhlu při vrcholu *K*. Jedním ramenem tohoto úhlu je polopřímka *KL* a na druhém rameni leží bod *M*.

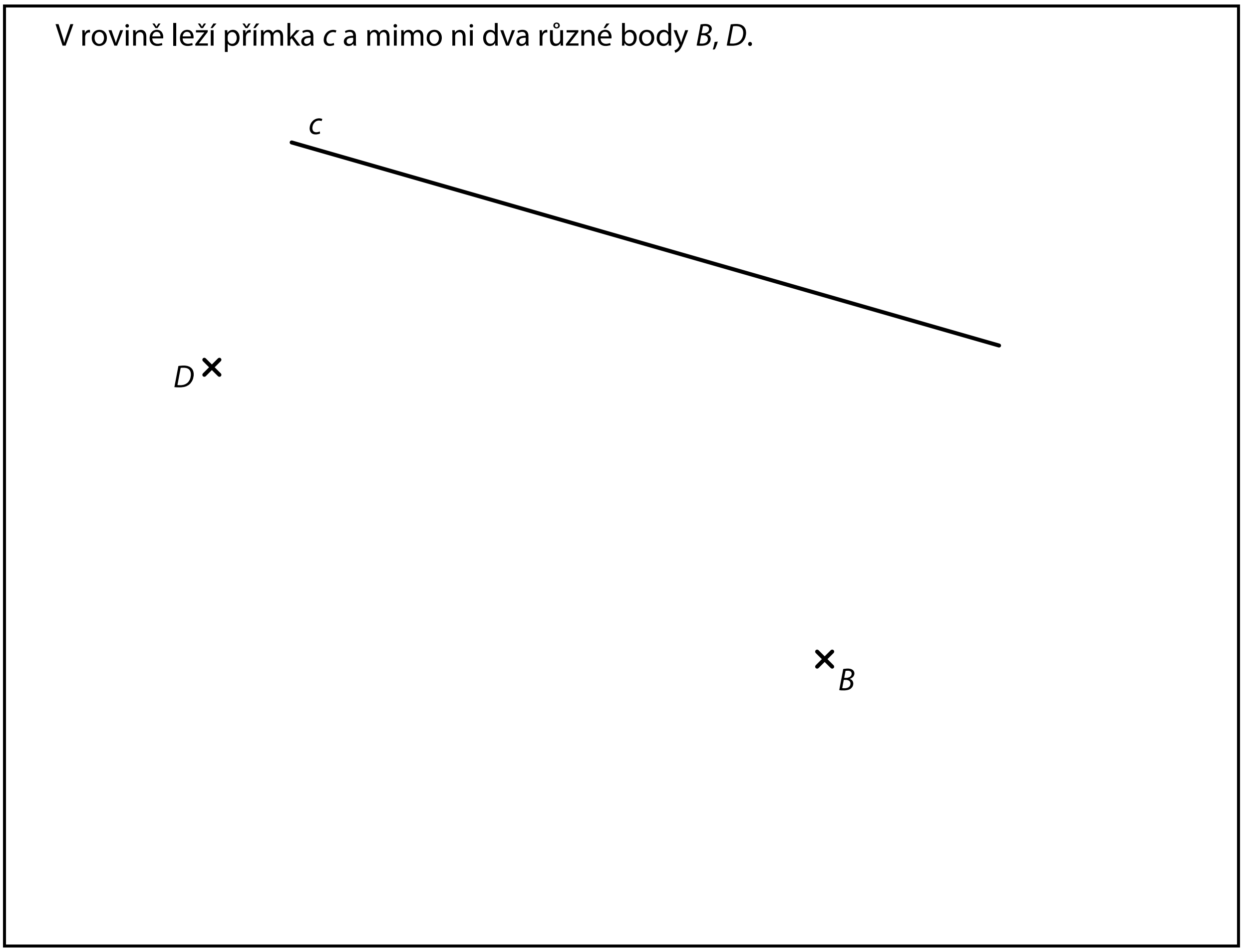
Konstrukci trojúhelníku popíšeme v několika následujících krocích:

1. Sestrojíme kružnici *k* se středem v bodě *L* a poloměrem *LK*.
2. Sestrojíme polopřímku *KX* tak, že velikost úhlu *LKX* je 30°.
   (Pracujeme pouze v jedné polorovině.)
3. Průsečík polopřímky *KX* s kružnicí *k* je vrchol *M* trojúhelníku *KLM*.
4. Sestrojíme a zvýrazníme trojúhelník *KLM*.



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží přímka *c* a mimo ni dva různé body *B*, *D*.



(*CZVV*)

max. 3 body

10 Body *B*, *D* jsou vrcholy obdélníku *ABCD*. Vrchol *C* obdélníku *ABCD* leží na přímce *c*.

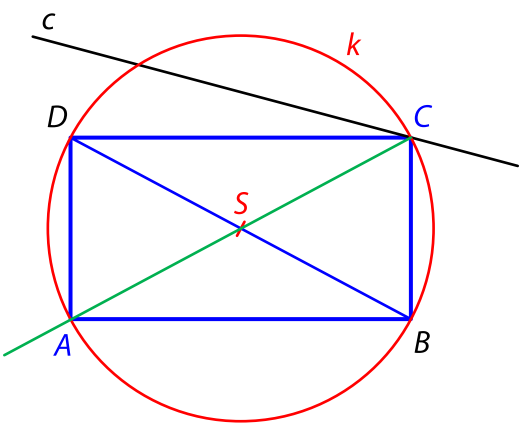
10.1 **Sestrojte** a **označte** písmenem chybějící vrchol *C* obdélníku *ABCD*.

10.2 **Sestrojte** a **označte** písmenem chybějící vrchol *A* obdélníku *ABCD* a obdélník **narýsujte**.

Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:



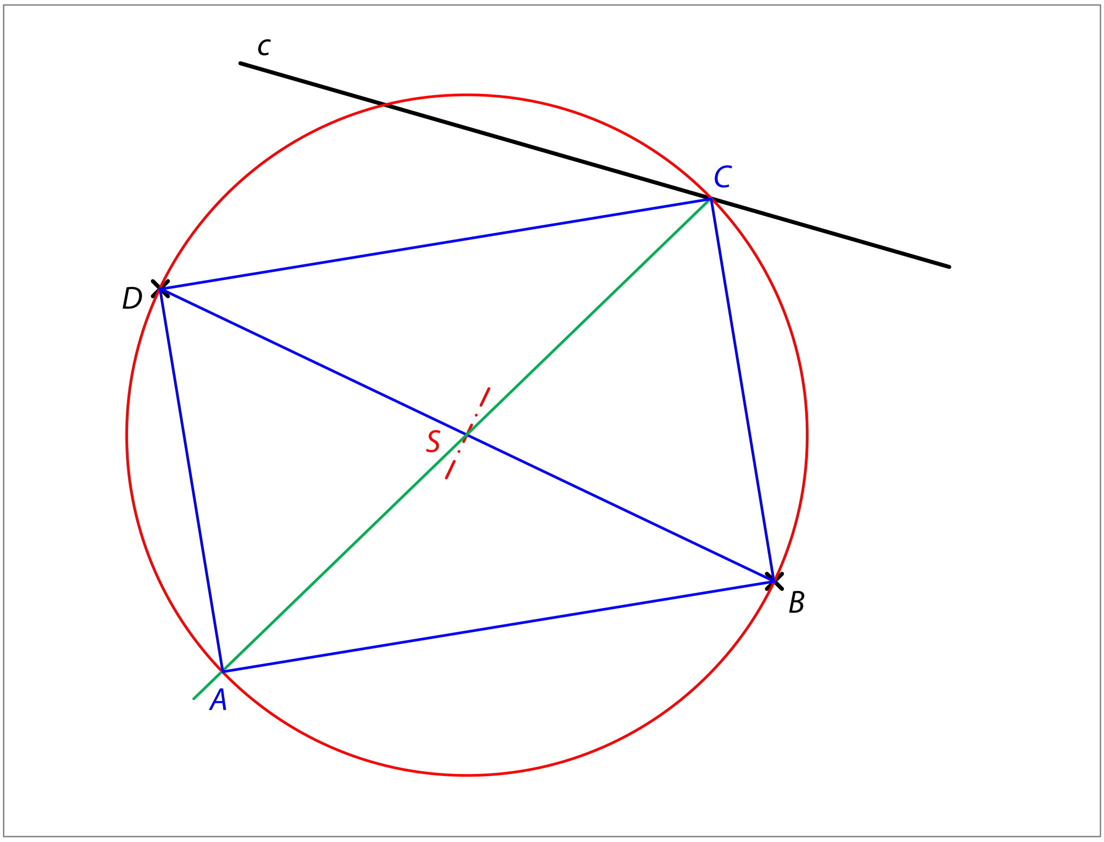
Nejprve sestrojíme náčrtek obdélníku *ABCD* a vyznačíme v něm zadané údaje.
Jsou to body *B*, *D* a přímka *c* procházející bodem *C*.
Úsečka *BD* je úhlopříčkou obdélníku.
Její střed je bod *S*.

Všechny vrcholy obdélníku (tedy i *B* a *D*) leží na kružnici *k*, která má střed v bodě *S*.
Vrchol *C* leží i na přímce *c*.

Vrchol *A* je obraz bodu *C* ve středové souměrnosti se středem *S*.

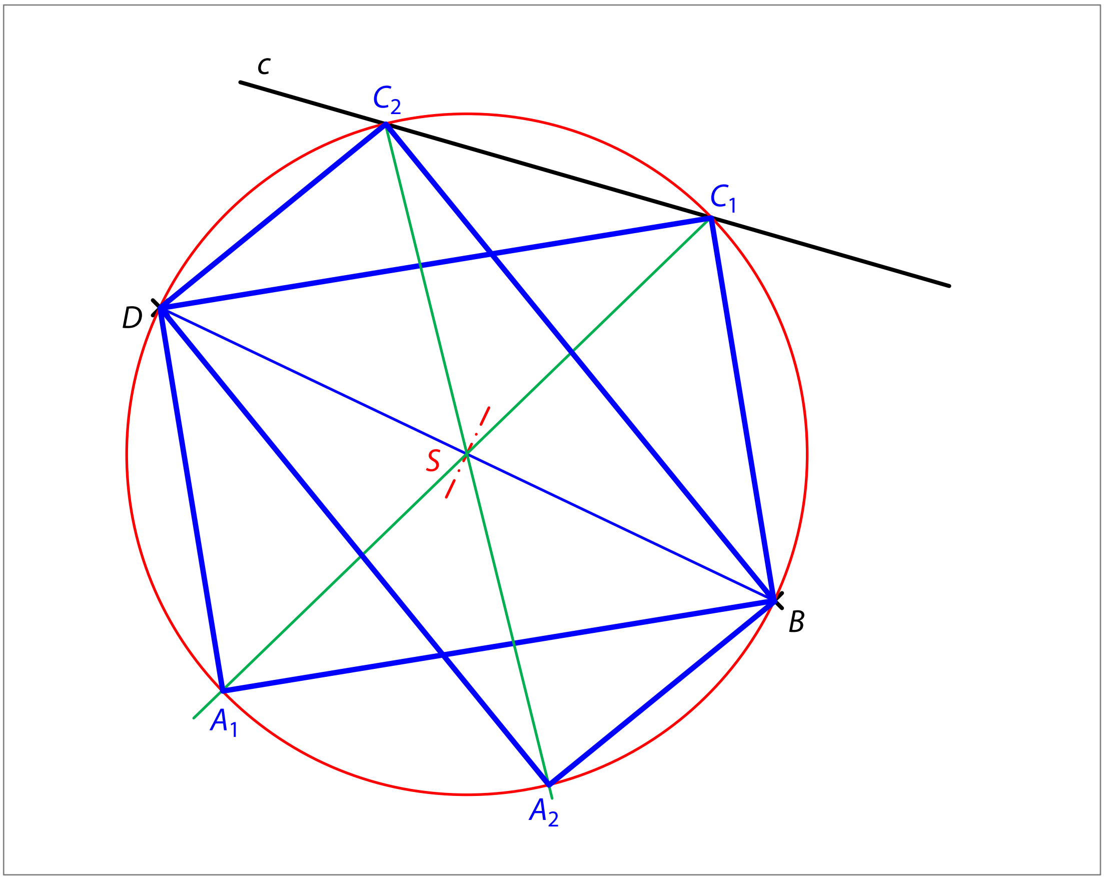
Konstrukci obdélníku popíšeme v několika následujících krocích:

1. Sestrojíme střed *S* úsečky *BD*.
2. Sestrojíme kružnici *k*, která má střed *S* a prochází bodem *B* (a *D*).
3. V průsečíku kružnice *k* s přímkou *c* leží vrchol *C* obdélníku *ABCD*.
4. Průsečík polopřímky *CS* s kružnicí *k* je vrchol *A* obdélníku *ABCD*.
5. Narýsujeme obdélník *ABCD*.



Protože existují 2 průsečíky kružnice *k* s přímkou *c*, získali jsme dva možné vrcholy *C*. Podle 4. a 5. kroku dokončíme také druhý obdélník.

6. Oba obdélníky zvýrazníme. (Sestrojené vrcholy musí být označeny písmeny. Odlišíme písmena označující vrcholy prvního a druhého řešení – například čísly.)



Závěr: Úloha má 2 řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 11

Škola má dvě deváté třídy (9. A a 9. B).
V 9. A je třikrát více chlapců než dívek a celkem je v této třídě 24 žáků.
Počet všech žáků 9. B je o třetinu větší než počet všech žáků 9. A.
V 9. B je poměr počtu dívek a počtu chlapců (v uvedeném pořadí) 3 : 5.

	Dívky	Chlapci	Celkem
9. A			24
9. B			
Celkem			

(*CZVV*)

max. 4 body

11 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
11.1	V 9. A je poměr počtu dívek a počtu chlapců (v uvedeném pořadí) 1 : 2.	☐	☒
11.2	Celkový počet dívek z obou 9. tříd je stejný jako počet chlapců v 9. A.	☒	☐
11.3	V 9. B je počet dívek o 8 menší než počet chlapců.	☒	☐

Řešení:

Chybějící údaje v tabulce dopočteme.

	Dívky	Chlapci	Celkem
9. A	6 $(24 : 4 = 6)$	18 $(3 \cdot 6 = 18)$	24
9. B	12 $(3 \cdot 4 = 12)$	20 $(5 \cdot 4 = 20)$	32 $\left(24 \cdot \frac{4}{3} = 32\right)$
Celkem	18 $(6 + 12 = 18)$	38 $(18 + 20 = 38)$	56

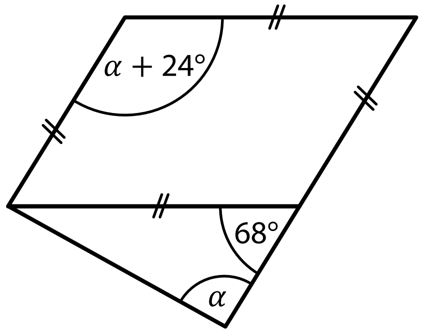
$32 : (3 + 5) = 4$

11.1 V 9. A je poměr počtu dívek a počtu chlapců (v uvedeném pořadí) 6 : 18 = 1 : 3.
Tvrzení 11.1 je **nepravdivé**.

11.2 Celkový počet dívek je 18, v 9. A je 18 chlapců.
Tvrzení 11.2 je **pravdivé**.

11.3 V 9. B je 12 dívek a 20 chlapců, tedy chlapců o 8 více než dívek.
Tvrzení 11.3 je **pravdivé**.

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 12



(*CZVV*)

2 body

12 **Jaká je velikost úhlu α?**

Velikosti úhlů neměřte, ale vypočtěte.

A) 88°

B) 90°

C) 92°

D) 94°

E) jiná velikost

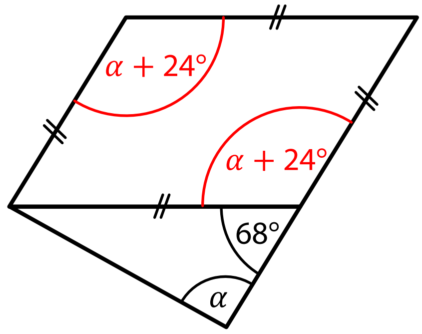
Řešení:

Využijeme shodnosti protilehlých úhlů v rovnoběžníku.

Platí:

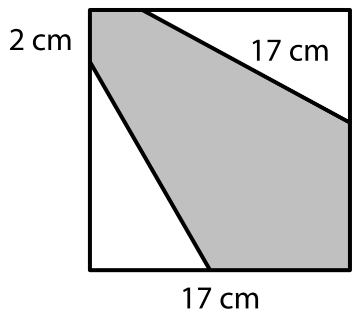
$\alpha + 24° + 68° = 180°$

$\alpha = 180° - (24° + 68°) = \mathbf{88°}$



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Čtverec se stranou délky 17 cm je rozdělen na šedý šestiúhelník a dva shodné bílé trojúhelníky. Nejdelší strana bílého trojúhelníku má délku 17 cm. Nejkratší strana šedého šestiúhelníku měří 2 cm.



(*CZVV*)

2 body

13 Jaký je obsah šedého šestiúhelníku?

A) $127\ \text{cm}^2$

B) $144\ \text{cm}^2$

C) $169\ \text{cm}^2$

D) $177\ \text{cm}^2$

E) jiný obsah

Řešení:

Obsah čtverce: $17\ \text{cm} \cdot 17\ \text{cm} = 289\ \text{cm}^2$

Určíme délky obou odvěsen bílého trojúhelníku.
Delší odvěsna: $17\ \text{cm} - 2\ \text{cm} = 15\ \text{cm}$

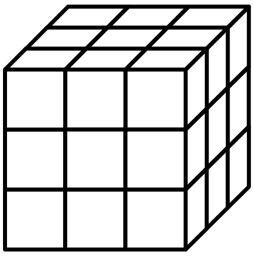
Kratší odvěsna: $\sqrt{17^2 - 15^2}\ \text{cm} = \sqrt{289 - 225}\ \text{cm} = \sqrt{64}\ \text{cm} = 8\ \text{cm}$

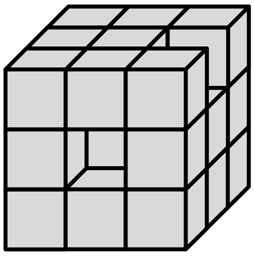
Oba bílé trojúhelníky mají dohromady stejný obsah jako obdélník se stranami délek 15 cm a 8 cm: $15\ \text{cm} \cdot 8\ \text{cm} = 120\ \text{cm}^2$

Obsah šedého šestiúhelníku: $289\ \text{cm}^2 - 120\ \text{cm}^2 = \mathbf{169\ cm^2}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Krychle byla slepena z 27 malých bílých krychliček o hraně délky 2 cm.
Dvě malé krychličky jsme odstranili, a vzniklo tak nové těleso. Všechny dostupné plochy nového tělesa jsme obarvili na šedo (i zespodu).





(*CZVV*)

2 body

14 Jaký je celkový obsah šedých ploch nového tělesa?

A) menší než 236 cm^2

B) 236 cm^2

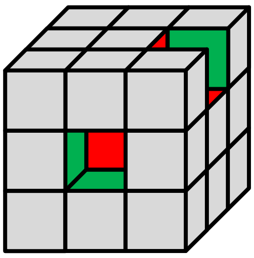
C) 240 cm^2

D) 244 cm^2

E) větší než 244 cm^2

Řešení:

Délka hrany krychle je 6 cm ($3 \cdot 2$ cm $= 6$ cm).
Povrch krychle: $6 \cdot 6$ cm $\cdot$ 6 cm $= 216$ cm^2



Odstraněním jedné krychličky na přední stěně krychle se 1 čtvereček z povrchu krychle posunul dovnitř dutiny a k celkové ploše přibyly 4 čtverečky uvnitř dutiny.

Odstraněním druhé krychličky vpravo nahoře se 2 čtverečky posunuly dovnitř a k celkové ploše přibyly další 2 čtverečky uvnitř dutiny.

Každý čtvereček má obsah 4 cm^2 (2 cm $\cdot$ 2 cm $= 4$ cm^2).

Povrch nového tělesa je větší než povrch krychle o obsah 6 čtverečků, tedy o 24 cm^2:
216 cm^2 + 24 cm^2 = **240 cm^2**

max. 6 bodů

15 Přiřaďte ke každé úloze (15.1–15.3) odpovídající výsledek (A–F).

15.1 Cena jedné židle se snížila o 25 % na 1 800 korun.

Kolik korun stála jedna židle před snížením ceny? D

Řešení:

Cena židle po snížení	75 % ...	1 800 korun
Sleva	25 % ...	600 korun
Cena židle před snížením	100 % ...	**2 400 korun**

Jiný způsob řešení:

Cena židle po snížení	75 % ...	1 800 korun
Cena židle před snížením	100 % ...	x korun

$$\frac{x}{1\,800} = \frac{100}{75}$$

$$x = 1\,800 \cdot \frac{4}{3} = \mathbf{2\,400}$$

15.2 Výrobek po zdražení o 20 % stojí 2 700 korun.

Kolik korun stál výrobek před zdražením? B

Řešení:

Cena výrobku po zdražení	120 % ...	2 700 korun
Zdražení	20 % ...	450 korun
Cena výrobku před zdražením	100 % ...	**2 250 korun**

Jiný způsob řešení:

Cena výrobku po zdražení	120 % ...	2 700 korun
Cena výrobku před zdražením	100 % ...	x korun

$$\frac{x}{2\,700} = \frac{100}{120}$$

$$x = 2\,700 \cdot \frac{5}{6} = \mathbf{2\,250}$$

15.3 Jana na lyžařské brýle přispěla 40 %, chybějících 900 korun za lyžařské brýle doplatil strýc.
Cena za lyžařské brýle tvořila 60 % celé útraty za nákup lyžařských doplňků.

Kolik korun činila celá útrata za nákup lyžařských doplňků? ___E___

Řešení:

Lyžařské brýle:

Platil strýc	60 % …	900 korun
	20 % …	300 korun
Cena brýlí	100 % …	1 500 korun

Nákup lyžařských doplňků:

Z toho cena za brýle	60 % …	1 500 korun
	20 % …	500 korun
Celá útrata	100 % …	**2 500 korun**

Jiný způsob řešení:

Cena brýlí tvořila 60 % celé útraty.
Strýc zaplatil 60 % ceny brýlí, tedy 36 % celé útraty ($0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}36$).

Strýc zaplatil 36 % … 900 korun
Celá útrata 100 % … x korun

$$\frac{x}{900} = \frac{100}{36}$$

$$x = 900 \cdot \frac{25}{9} = \mathbf{2\,500}$$

A) 2 160 korun

B) 2 250 korun

C) 2 340 korun

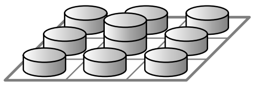
D) 2 400 korun

E) 2 500 korun

F) jiný počet korun

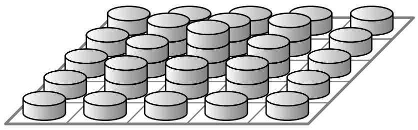
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

Na čtvercovou desku s **lichým počtem políček** rozmístíme žetony obdobným způsobem jako na obrázku a rozmístění a počty žetonů zaznamenáme do tabulky.



3 řady a 3 sloupce, tj. 3×3 políčka

1	1	1
1	2	1
1	1	1



5×5 políček

1	1	1	1	1
1	2	2	2	1
1	2	3	2	1
1	2	2	2	1
1	1	1	1	1

Následující kroky popisují, jak rozmístíme žetony na čtvercovou desku.

První krok:

Na každé políčko po obvodu desky položíme 1 žeton.

Následující kroky:

Vybereme vždy všechna prázdná políčka, která bezprostředně sousedí s obsazenými políčky, a na každé z nich položíme o 1 žeton více, než jsme pokládali na jednotlivá políčka v předchozím kroku.

Největší počet žetonů tak bude na prostředním políčku desky.

(CZVV)

max. 4 body

16

16.1 Čtvercová deska má na prostředním políčku 9 žetonů.

Určete, kolik políček je v <u>každé řadě</u> této čtvercové desky.

Řešení:

5×5 políček

1	1	1	1	1
1	2	2	2	1
1	2	3	2	1
1	2	2	2	1
1	1	1	1	1

V prostřední řadě je na obou krajních políčkách po 1 žetonu a směrem ke středu řady počet žetonů na políčkách vzrůstá vždy o 1. Uprostřed řady je nejvíce žetonů.

Počet žetonů na každém políčku prostřední řady zároveň udává pořadí tohoto políčka od bližšího okraje řady (levého nebo pravého). Tedy 1 žeton leží na 1. políčku od nejbližšího okraje prostřední řady, 2 žetony na 2. políčku, 3 žetony leží uprostřed řady, tj. na 3. políčku zleva i zprava.

Prostřední řada s 9 žetony na prostředním políčku:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	8	…

Má-li deska na prostředním políčku 9 žetonů, je toto políčko v prostřední řadě deváté, a to zprava i zleva. Vedle tohoto políčka je proto z každé strany ještě 8 dalších.

Celkový počet políček v jedné řadě: $8 + 1 + 8 =$ **17**

16.2 Žetony rozmístíme na čtvercovou desku, která má 9×9 políček.

Určete počet všech políček, na nichž leží <u>právě 2</u> žetony.

Řešení:

5×5 políček

1	1	1	1	1
1	2	2	2	1
1	2	3	2	1
1	2	2	2	1
1	1	1	1	1

Situaci si rozebereme na menší desce, která má 5×5 políček.

Políčka se 2 žetony jsou krajními políčky v menším čtverci 3×3.

Počet políček se 2 žetony: $4 \cdot 3 - 4 = 8$

(Políčka ve 4 rozích nemůžeme počítat dvakrát, tedy u řad i sloupců.)

Obdobná situace je na desce, která má 9×9 políček.

Políčka se 2 žetony jsou krajními políčky v menším čtverci 7×7.
Počet políček se 2 žetony: $4 \cdot 7 - 4 = \mathbf{24}$

16.3 Žetony rozmístíme na dvě čtvercové desky, z nichž jedna má 9×9 políček, druhá 11×11 políček.

Určete, <u>o kolik více</u> žetonů je na větší desce než na menší desce.

Řešení:

Nejprve zjistíme, o kolik žetonů více je na desce 5×5 políček oproti menší desce 3×3 políčka. Postup je naznačen na obrázku.

5×5 políček

	1	1	1	
	1	2	1	
	1	1	1	

\+

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

=

1	1	1	1	1
1	2	2	2	1
1	2	3	2	1
1	2	2	2	1
1	1	1	1	1

Na větší desce (5×5 políček) jsou nejprve rozmístěny některé žetony. Vynecháme políčka po obvodu desky a na zbývající políčka umístíme žetony jako na menší desce, která má 3×3 políčka.
Abychom získali rozmístění žetonů, jaké má být na desce 5×5 políček, stačí přidat na každé políčko po 1 žetonu, tedy celkem 25 dalších žetonů ($5 \cdot 5 = 25$).

Obdobně můžeme na větší desku, která má 11×11 políček, rozmístit žetony tak jako na menší desce, která má jen 9×9 políček, a políčka po obvodu desky nechat prázdná.
Abychom získali rozmístění žetonů, které má být na desce 11×11 políček, přidáme na každé políčko po 1 žetonu, tedy celkem **121** dalších žetonů ($11 \cdot 11 = 121$).

Na větší desce, která má 11×11 políček, je rozmístěno **o 121 žetonů více** než na menší desce, která má 9×9 políček.

Konal(a) zkoušku ☐ Vyloučen(a) ☐ Nepřítomen(na) či nedokončil(a) ☐

MATEMATIKA 9A

List 1 ze 2

Jméno a příjmení ELIŠKA DŮVTIPNÁ

DIDAKTICKÝ TEST – STRANA 1–4

1

18

2

2.1 92

2.2 477

3 Uveďte postup řešení.

3.1

$$(6-4)\cdot\frac{11}{8}+\frac{9}{14}\cdot\frac{7}{6}=\frac{2\cdot 11}{8}+\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2}=$$

$$=\frac{11}{4}+\frac{3}{4}=\frac{14}{4}=\underline{\underline{\frac{7}{2}}}$$

3.2

$$\frac{\frac{2\cdot 3}{6}-\frac{4}{2\cdot 3}}{\frac{2+3}{6}}=\frac{\frac{6-4}{6}}{\frac{5}{6}}=\frac{2}{6}\cdot\frac{6}{5}=\underline{\underline{\frac{2}{5}}}$$

4

4.1 $-6a^2+4a$

4.2 $9x^2-24x+16$

4.3 Uveďte postup řešení.

$$(2+n)\cdot(3n-3)+(3n-n)\cdot 2-n(3-5)=$$

$$=6n+3n^2-6-3n+4n+2n=$$

$$=\underline{\underline{3n^2+9n-6}}$$

5 Uveďte postup řešení.

5.1

$$0{,}6x - \frac{1}{2} = 1{,}4x + 1{,}5$$

$$-2 = 0{,}8x$$

$$x = -\frac{2}{0{,}8} = -\frac{20}{8}$$

$$\underline{\underline{x = -\frac{5}{2}}}$$

5.2

$$\frac{3-2y}{3} = \frac{1-2y}{4} + \frac{y+3}{6} \quad / \cdot 12$$

$$4(3-2y) = 3(1-2y) + 2(y+3)$$

$$12 - 8y = 3 - 6y + 2y + 6$$

$$3 = 4y$$

$$\underline{\underline{y = 0{,}75}}$$

6

6.1 $\frac{x}{8}$

6.2 $\frac{5x}{6} + 1$

6.3 48 chlapců

7

7.1 8krát

7.2 180 krát

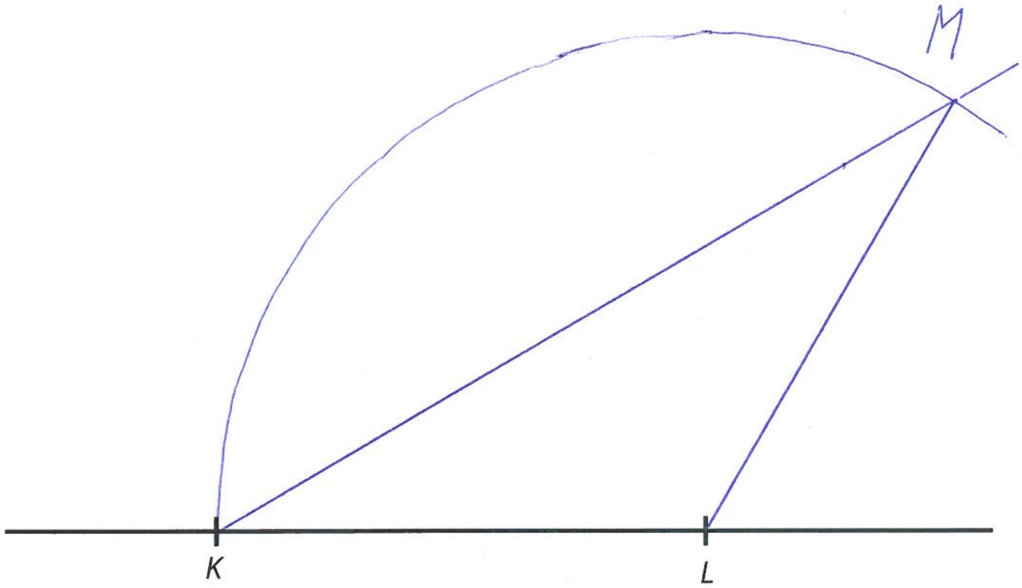
7.3 16 zubů

8

8.1 1,57krát

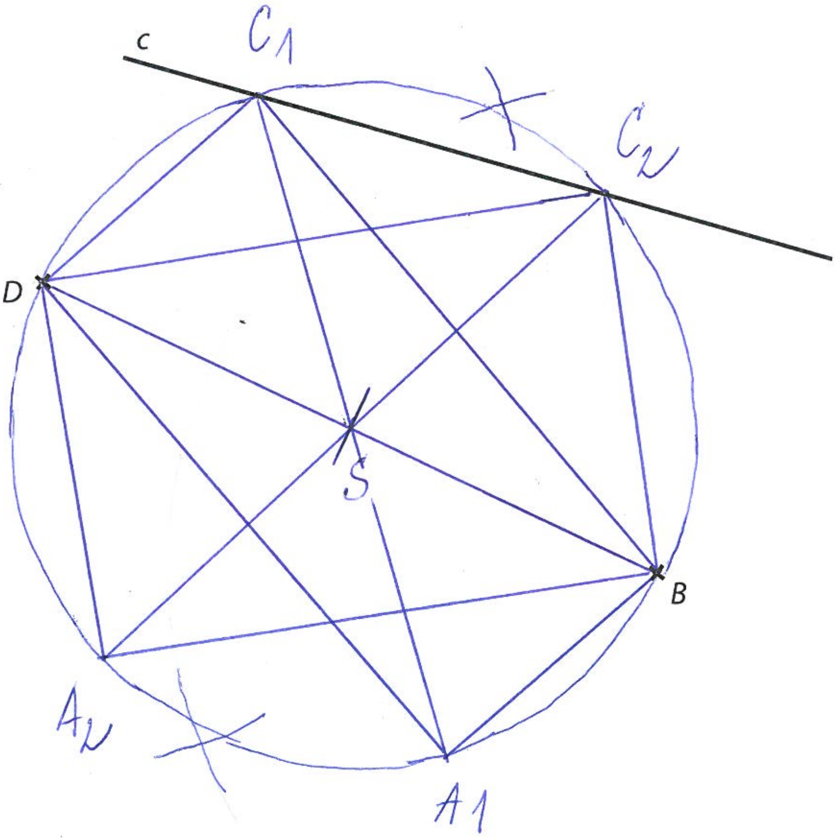
8.2 o 1,14 km

9 Obtáhněte vše propisovací tužkou.



10 Obtáhněte vše propisovací tužkou.

10.1–10.2



11	A	N
11.1		X
11.2	X	
11.3	X	

	A	B	C	D	E
12	X				
13			X		
14			X		

15	A	B	C	D	E	F
15.1				X		
15.2		X				
15.3					X	

16	16.1	16.2	16.3
	17 políček	24 políček	o 121 zákonů