MATEMATIKA 9

M9PBD19C0T02

DIDAKTICKÝ TEST

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

- Tento dokument obsahuje komentovaná řešení jednotlivých úloh didaktického testu.
- U každé úlohy je uveden jeden (příp. několik) z mnoha možných způsobů řešení.
- Do záznamového archu se zpravidla zapisují pouze výsledky úloh.
  U úloh **3**, **4.3** a **5** se vyžaduje také zápis postupu řešení.
- Na konci dokumentu je přiložen vzor vyplněného záznamového archu.

V úlohách **1**, **2**, **4.1**, **4.2**, **6**, **7**, **8** a **16** přepište do **záznamového archu** pouze **výsledky**.

1 bod

1 **Vypočtěte**, kolik procent z 20 tun tvoří 500 kilogramů.

Řešení:

Řešíme v kg.

20 t = 20 000 kg

$$\frac{500}{20\,000} \cdot 100\ \% = \mathbf{2{,}5\ \%}$$

případně

Řešíme v tunách.

500 kg = 0,5 t

$$\frac{0{,}5}{20} = \frac{2{,}5}{100}, \quad \text{tj. } \mathbf{2{,}5\ \%}$$

---

max. 2 body

2 **Vypočtěte:**

2.1

$$\sqrt{10^2 \cdot 0{,}002\,5} =$$

Řešení:

$$\sqrt{10^2 \cdot 0{,}002\,5} = \sqrt{100 \cdot 0{,}002\,5} = \sqrt{0{,}25} = \mathbf{0{,}5}$$

Jiný způsob řešení:

$$\sqrt{10^2 \cdot 0{,}002\,5} = \sqrt{100 \cdot \frac{25}{10\,000}} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \mathbf{\frac{1}{2}}$$

2.2

$$5 : 0{,}2 - (-0{,}3 + 0{,}5) =$$

Řešení:

$$5 : 0{,}2 - (-0{,}3 + 0{,}5) = 25 - 0{,}2 = \mathbf{24{,}8}$$

Jiný způsob řešení:

$$5 : 0{,}2 - (-0{,}3 + 0{,}5) = 5 \cdot \frac{10}{2} - \frac{2}{10} = 25 - \frac{1}{5} = \frac{125 - 1}{5} = \mathbf{\frac{124}{5}}$$

Doporučení: Úlohy **3**, **4.3** a **5** řešte přímo **v záznamovém archu**.

max. 4 body

3 Vypočtěte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.

3.1

$$\frac{1-\frac{1}{3}}{-6^2}=$$

Řešení:

$$\frac{1-\frac{1}{3}}{-6^2}=\frac{\frac{3-1}{3}}{-36}=\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{1}{36}\right)=-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{18}=-\mathbf{\frac{1}{54}}$$

3.2

$$12\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)-\frac{5}{2}+\frac{2}{3}=$$

Řešení:

$$12\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)-\frac{5}{2}+\frac{2}{3}=12\cdot\frac{4-3}{6}-\frac{15}{6}+\frac{4}{6}=\frac{12-15+4}{6}=\mathbf{\frac{1}{6}}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

---

max. 4 body

4 Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky)**:**

4.1

$$(2a+3b)^2=$$

Řešení:

$$(2a+3b)^2=\mathbf{4a^2+12ab+9b^2}$$

4.2

$$3e\cdot(2-f)-2f\cdot(e-3f)=$$

Řešení:

$$3e\cdot(2-f)-2f\cdot(e-3f)=6e-3ef-2ef+6f^2=\mathbf{6e-5ef+6f^2}$$

4.3

$$(1+3n)\cdot(1+3n)+(1+3n)\cdot(1-3n)-2=$$

Řešení:

$$(1+3n)\cdot(1+3n)+(1+3n)\cdot(1-3n)-2=1+6n+9n^2+1-9n^2-2=\mathbf{6n}$$

V záznamovém archu uveďte pouze v podúloze 4.3 celý **postup řešení**.

max. 4 body

5 Řešte rovnici:

5.1

$$2 \cdot (3 - 0{,}75x) + x = 7 - \frac{x}{2}$$

Řešení:

$$\begin{aligned} 2 \cdot (3 - 0{,}75x) + x &= 7 - \frac{x}{2} \\ 6 - 1{,}5x + x &= 7 - 0{,}5x \\ 6 - 0{,}5x &= 7 - 0{,}5x \\ 0x &= 1 \\ 0 &= 1, \qquad \text{Neplatí.} \end{aligned}$$

Rovnice **nemá řešení**.

5.2

$$\frac{5}{6} \cdot (y - 2) - \frac{2}{3} \cdot y = \frac{y}{2} - \frac{5}{4}$$

Řešení:

$$\begin{aligned} \frac{5}{6} \cdot (y - 2) - \frac{2}{3} \cdot y &= \frac{y}{2} - \frac{5}{4} \quad \Big| \cdot 12 \\ 10 \cdot (y - 2) - 8y &= 6y - 15 \\ 10y - 20 - 8y &= 6y - 15 \\ 2y - 20 &= 6y - 15 \\ -5 &= 4y \\ \boldsymbol{y} &= -\boldsymbol{\frac{5}{4}} \end{aligned}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení** (zkoušku nezapisujte).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Zadaná práce byla rozdělena na dvě **stejné** části.

První polovinu práce vykonal minibagr za 10 hodin. Druhou polovinu práce pak vykonali společně 4 dělníci.

Přitom minibagr udělá za každých 5 hodin stejný díl práce jako 5 dělníků za 8hodinovou pracovní dobu. (Každý dělník vykoná za hodinu stejné množství práce.)

Za půjčení 1 minibagru se platí jednorázový poplatek 1 500 korun. Každá hodina práce minibagru (i s obsluhou) stojí 600 korun, hodina práce 1 dělníka 150 korun.

(CZVV)

max. 4 body

6 Vypočtěte,

6.1 kolik korun se celkem zaplatilo za půjčení a práci minibagru (i s obsluhou),

Řešení:

Cena se skládá z poplatku za zapůjčení minibagru a z ceny za 10 h práce minibagru:
(1 500 + 10 · 600) korun = **7 500 korun**

6.2 kolik korun stála práce vykonaná dělníky,

Řešení:

Dělníci vykonali stejnou část práce jako minibagr za 10 h.

5 h práce minibagru ... 8 h práce 5 dělníků, tj. celkem 40 h práce po 150 korunách
10 h práce minibagru ... celkem 80 h práce po 150 korunách

Práce vykonaná dělníky stála **12 000 korun** (80 · 150 = 12 000).

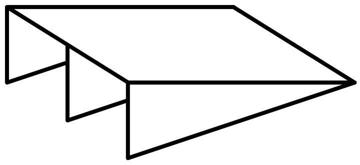
6.3 kolik hodin musel odpracovat každý ze 4 dělníků.

Řešení:

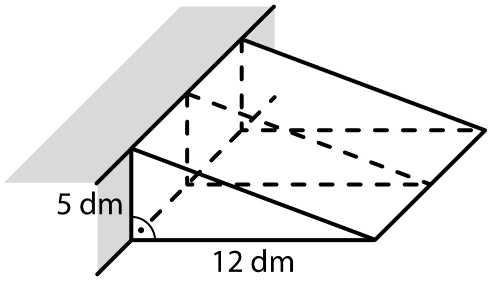
Dělníci vykonali celkem 80 hodin práce (viz řešení úlohy 6.2).
Protože práci vykonali společně 4 dělníci, každý musel odpracovat **20 hodin** (80 : 4 = 20).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Nájezdová rampa sestavená ze čtyř dřevotřískových desek je přistavena ke schodu. Nakloněnou čtvercovou desku rampy podpírají tři stejné trojúhelníkové desky. Hloubka rampy je 12 dm a výška rampy je 5 dm.



Tloušťku desky neuvažujte.



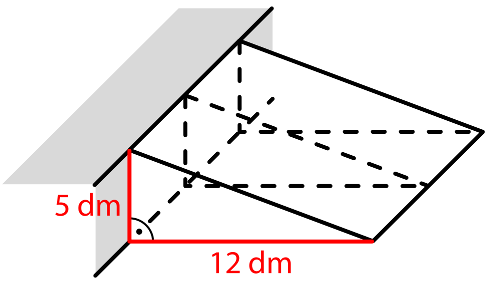
(*CZVV*)

max. 3 body

7 Vypočtěte, kolik dm² dřevotřísky je v hotové rampě použito

7.1 na všechny tři trojúhelníkové desky dohromady,

Řešení:

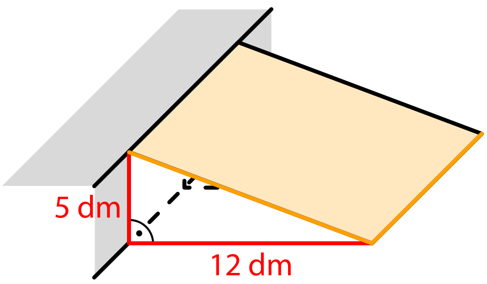


Jedna trojúhelníková deska má tvar pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami délek 5 dm a 12 dm.

Obsah tří desek: $S_1 = 3 \cdot \frac{5 \cdot 12}{2}\ \text{dm}^2 = 3 \cdot 30\ \text{dm}^2 = \mathbf{90\ dm^2}$

7.2 na čtvercovou desku.

Řešení:



Strana čtvercové desky je zároveň přepona trojúhelníkové desky.

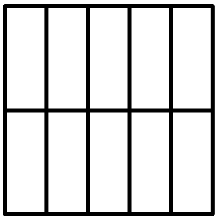
Délka přepony trojúhelníkové desky:

$\sqrt{5^2 + 12^2}\ \text{dm} = \sqrt{25 + 144}\ \text{dm} = \sqrt{169}\ \text{dm} = 13\ \text{dm}$

Obsah čtvercové desky: $S_2 = 13\ \text{dm} \cdot 13\ \text{dm} = \mathbf{169\ dm^2}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Čtverec je rozdělen čtyřmi svislými úsečkami a jednou vodorovnou úsečkou na 10 shodných malých obdélníků. Každý z malých obdélníků má obvod 42 cm.



(CZVV)

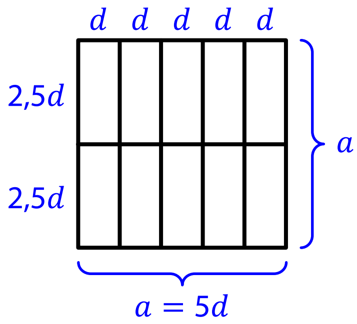
max. 3 body

8

8.1 **Vyjádřete** v základním tvaru poměr délek sousedních stran jednoho malého obdélníku.

Řešení:

Délku kratší strany malého obdélníku označíme d.



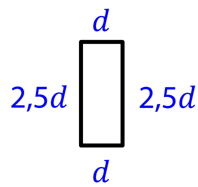
Strana čtverce: $a = 5d$
Délka delší strany malého obdélníku: $5d : 2 = 2{,}5d$

Poměr délek sousedních stran malého obdélníku:
$d : 2{,}5d = 1 : 2{,}5 = \mathbf{2 : 5}$
(případně v opačném pořadí **5 : 2**)

8.2 **Vypočtěte** v cm délku strany čtverce.

Řešení:

Délky stran malého obdélníku jsou d a $2{,}5d$ (viz řešení úlohy 8.1).



Obvod malého obdélníku: $2 \cdot (d + 2{,}5d) = 42$ cm

$2 \cdot 3{,}5d = 42$ cm

$7d = 42$ cm

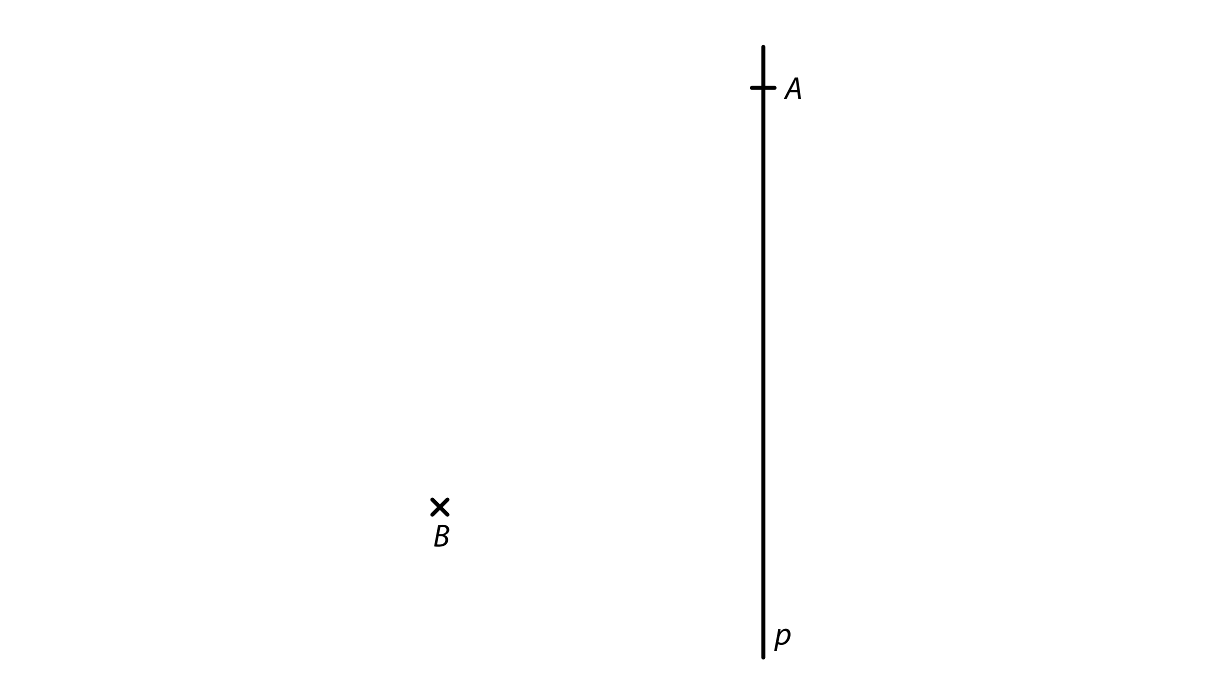
$d = 6$ cm

Délka strany čtverce: $a = 5d = 5 \cdot 6\text{ cm} = \mathbf{30\text{ cm}}$

Doporučení pro úlohy **9** a **10**: Rýsujte přímo **do záznamového archu**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině leží bod *B* a přímka *p*, která prochází bodem *A*.



(*CZVV*)

max. 2 body

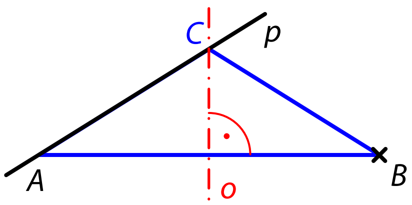
9 Body *A*, *B* jsou vrcholy rovnoramenného trojúhelníku *ABC* se základnou *AB*. Rameno *AC* leží na přímce *p*.

Sestrojte a **označte** písmenem chybějící vrchol *C* trojúhelníku *ABC* a trojúhelník **narýsujte**.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:

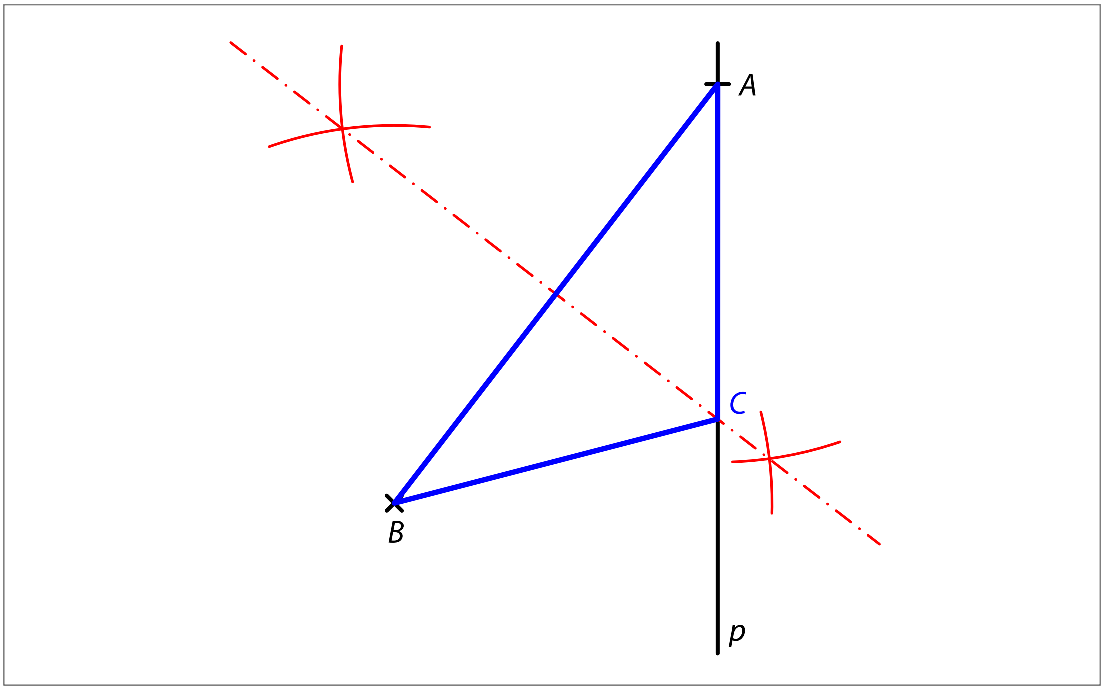
Nejprve sestrojíme náčrtek rovnoramenného trojúhelníku *ABC* se základnou *AB* a vyznačíme v něm zadané údaje.
Jsou to přímka *p* obsahující rameno *AC* a vrcholy *A*, *B*.



Úsečka *AB* je základnou rovnoramenného trojúhelníku a její osa je zároveň osou trojúhelníku *ABC*. Vrchol *C* tedy leží jak na přímce *p*, tak na ose strany *AB*.

Konstrukci trojúhelníku *ABC* popíšeme v několika následujících krocích:

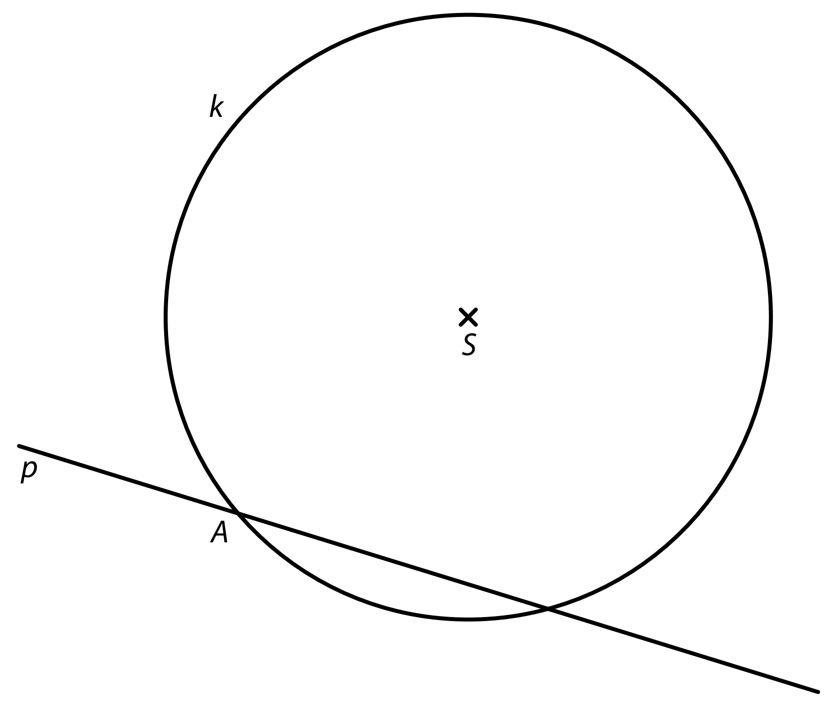
1. Sestrojíme osu strany *AB*.
2. Průsečík osy strany *AB* s přímkou *p* je vrchol *C* trojúhelníku *ABC*.
3. Sestrojíme a zvýrazníme trojúhelník *ABC*. (Sestrojený vrchol *C* musí být označen písmenem.)



Závěr: Úloha má 1 řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží přímka *p* a kružnice *k* se středem *S*. Bod *A* je jedním ze dvou průsečíků přímky *p* a kružnice *k*.



(*CZVV*)

max. 3 body

10 Bod *A* je vrchol čtverce *ABCD*, bod *S* leží uvnitř tohoto čtverce a na přímce *p* leží strana *AB*.
Právě dva ze čtyř vrcholů čtverce *ABCD* leží na kružnici *k*.

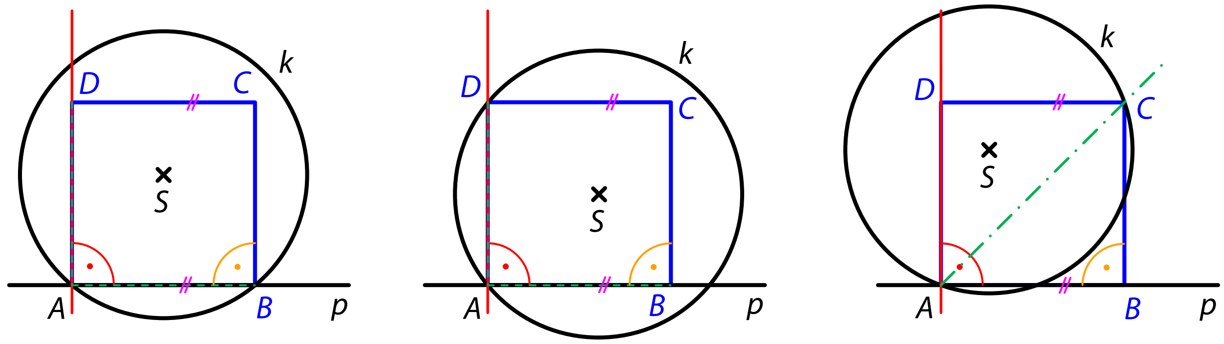
Sestrojte a **označte** písmeny chybějící vrcholy čtverce *ABCD* a čtverec **narýsujte**. Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:

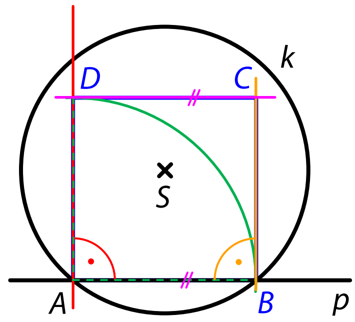
Nejprve sestrojíme náčrtek čtverce *ABCD* a vyznačíme v něm zadané údaje.
Jsou to přímka *p* obsahující stranu *AB* a kružnice *k* procházející vrcholem *A*.

Kružnice *k* má procházet ještě jedním ze zbývajících vrcholů – buď *B*, nebo *D*, nebo *C*.
To jsou 3 různé možnosti:



Vrchol *B* vždy leží na přímce *p* a vrchol *D* na přímce vedené bodem *A* kolmo k přímce *p*.
V konstrukci využijeme vlastností čtverce, tj. rovnosti délek jeho stran, kolmosti sousedních stran, rovnoběžnosti protějších stran nebo toho, že úhlopříčka leží na ose vnitřního úhlu.

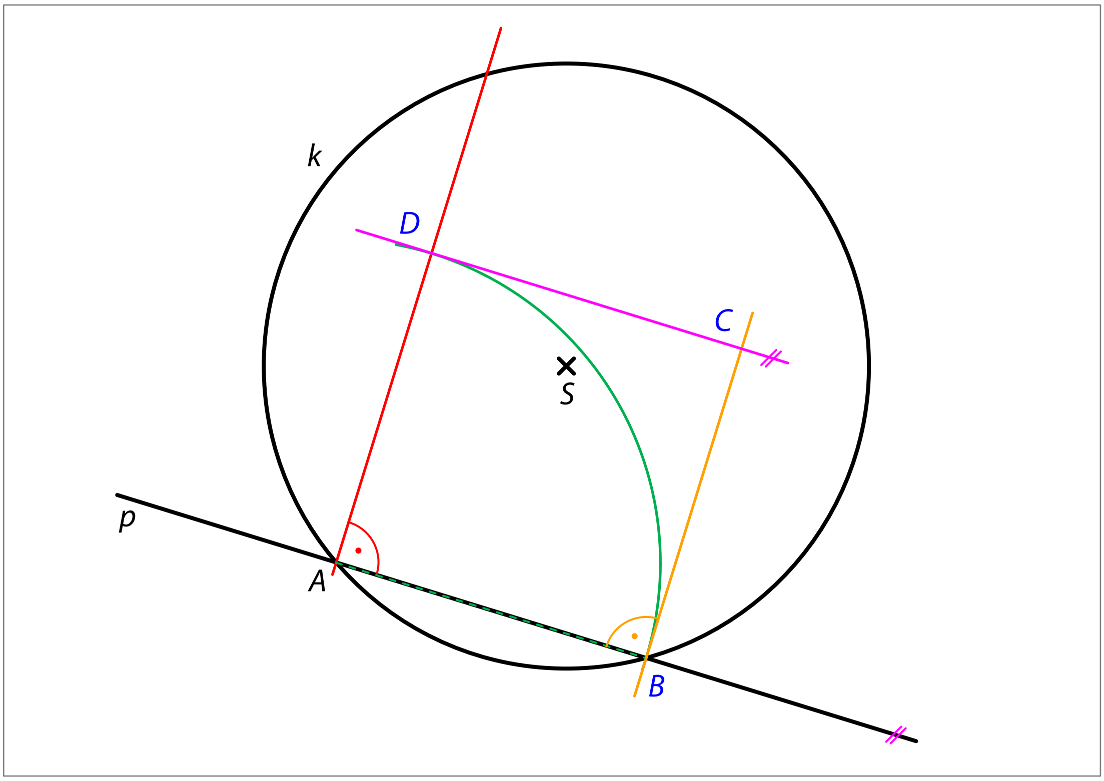
Konstrukci (v krocích označených *) provedeme vždy tak, aby bod *S* byl uvnitř čtverce.



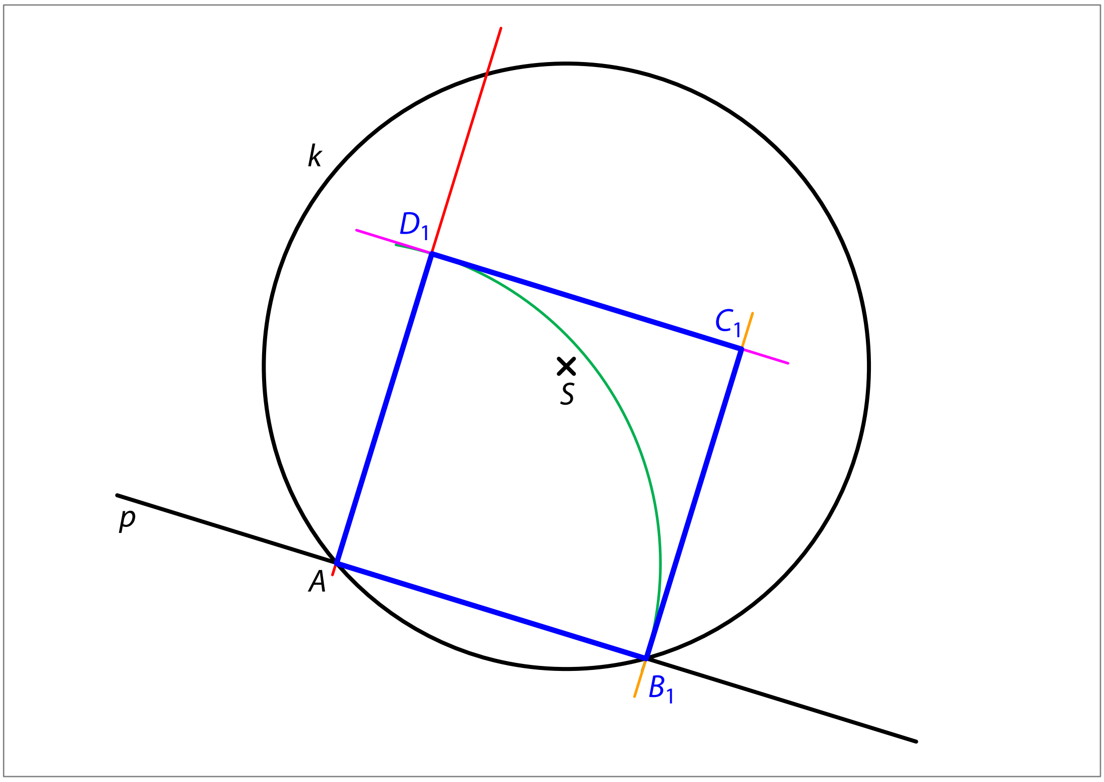
Nejprve sestrojíme čtverec s vrcholy *A*, *B* na kružnici *k*.

Popis konstrukce:

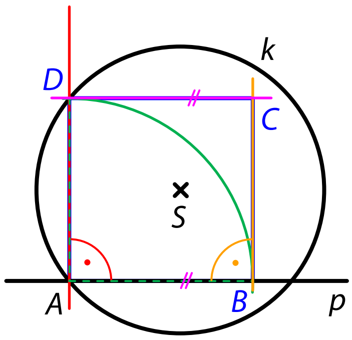
1. Průsečík přímky *p* s kružnicí *k* je vrchol *B* čtverce *ABCD*.
2. Bodem *A* vedeme kolmici k přímce *p*.
3. Sestrojíme kružnici se středem *A* procházející bodem *B*.
4. V průsečíku kružnice s červenou přímkou leží vrchol *D*. *
5. Bodem *B* vedeme kolmici k přímce *p*.
6. Bodem *D* vedeme rovnoběžku s přímkou *p*.
7. Průsečík oranžové a fialové přímky je vrchol *C* čtverce *ABCD*.



8. Zvýrazníme čtverec *ABCD*. (Sestrojené vrcholy musí být označeny písmeny, k nimž před konstrukcí dalšího řešení doplníme číslo 1.)

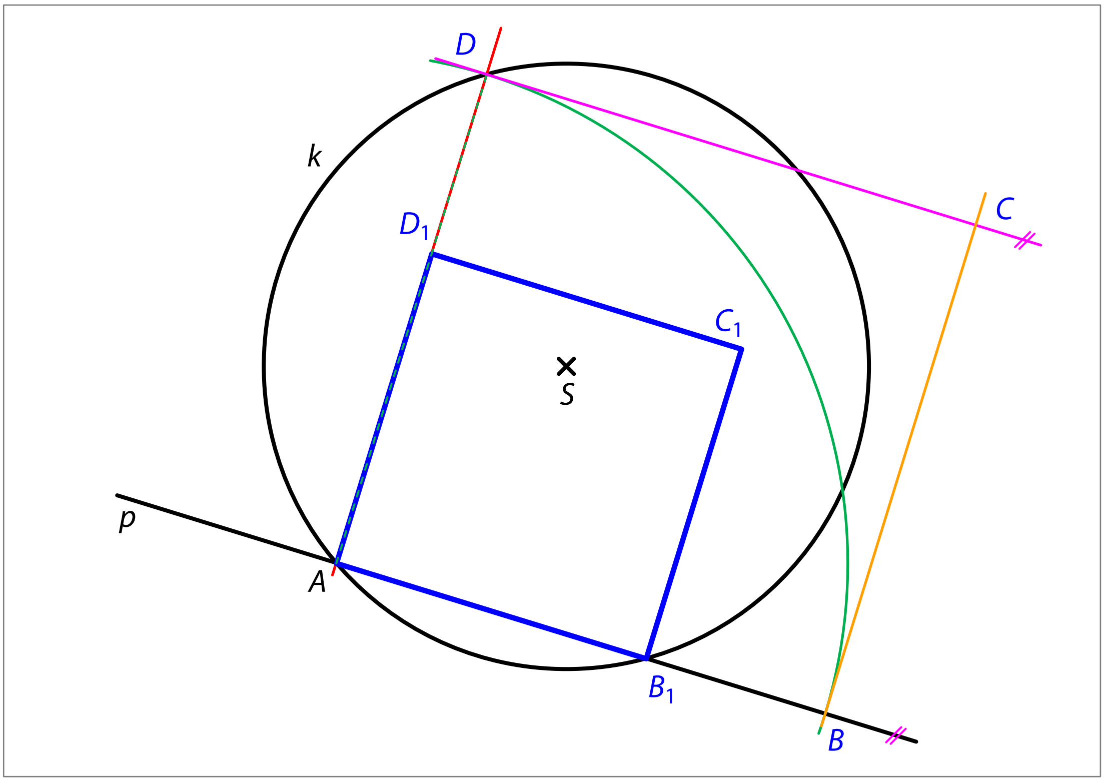


Další možností je čtverec s vrcholy *A*, *D* na kružnici *k*.

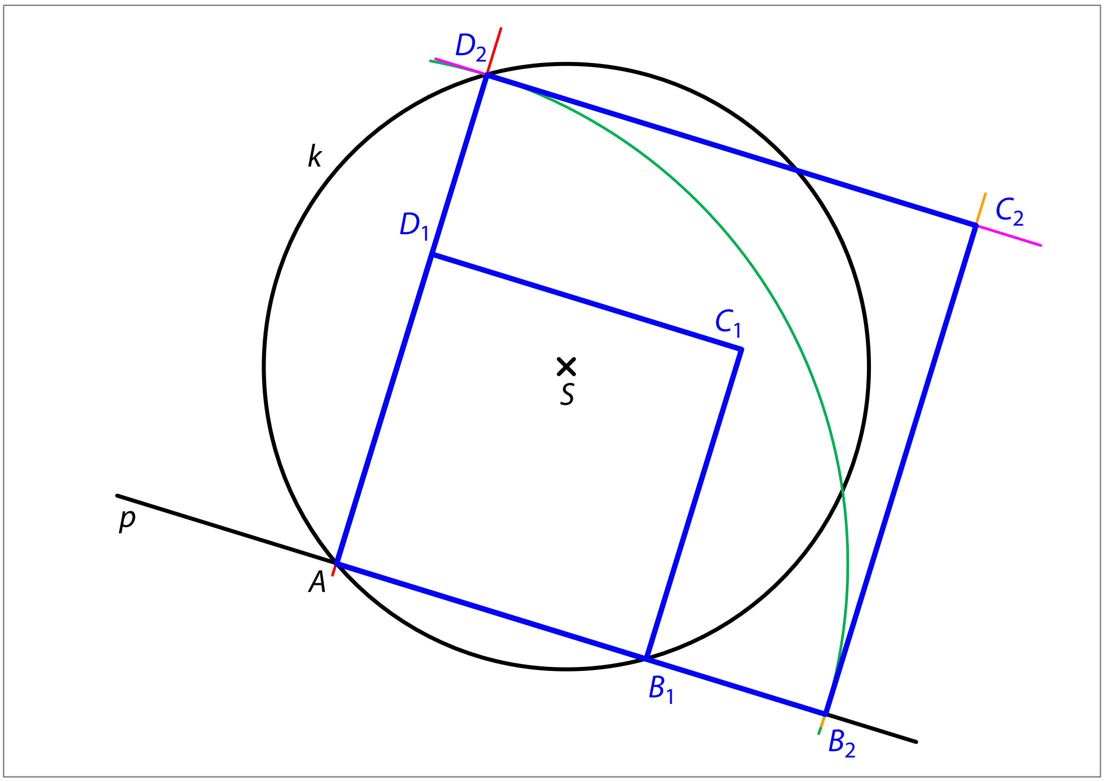


Popis konstrukce:

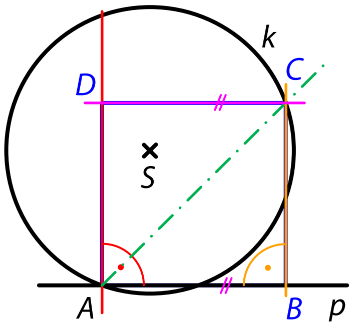
1. Průsečík červené přímky s kružnicí *k* je vrchol *D* čtverce *ABCD*.
2. Sestrojíme kružnici se středem *A* procházející bodem *D*.
3. V průsečíku kružnice s přímkou *p* leží vrchol *B* čtverce *ABCD*. *
4. Bodem *B* vedeme kolmici k přímce *p*.
5. Bodem *D* vedeme rovnoběžku s přímkou *p*.
6. Průsečík oranžové a fialové přímky je vrchol *C* čtverce *ABCD*.



7. Zvýrazníme čtverec $ABCD$. (Sestrojené vrcholy musí být označeny písmeny, k nimž před konstrukcí dalšího řešení doplníme číslo 2.)

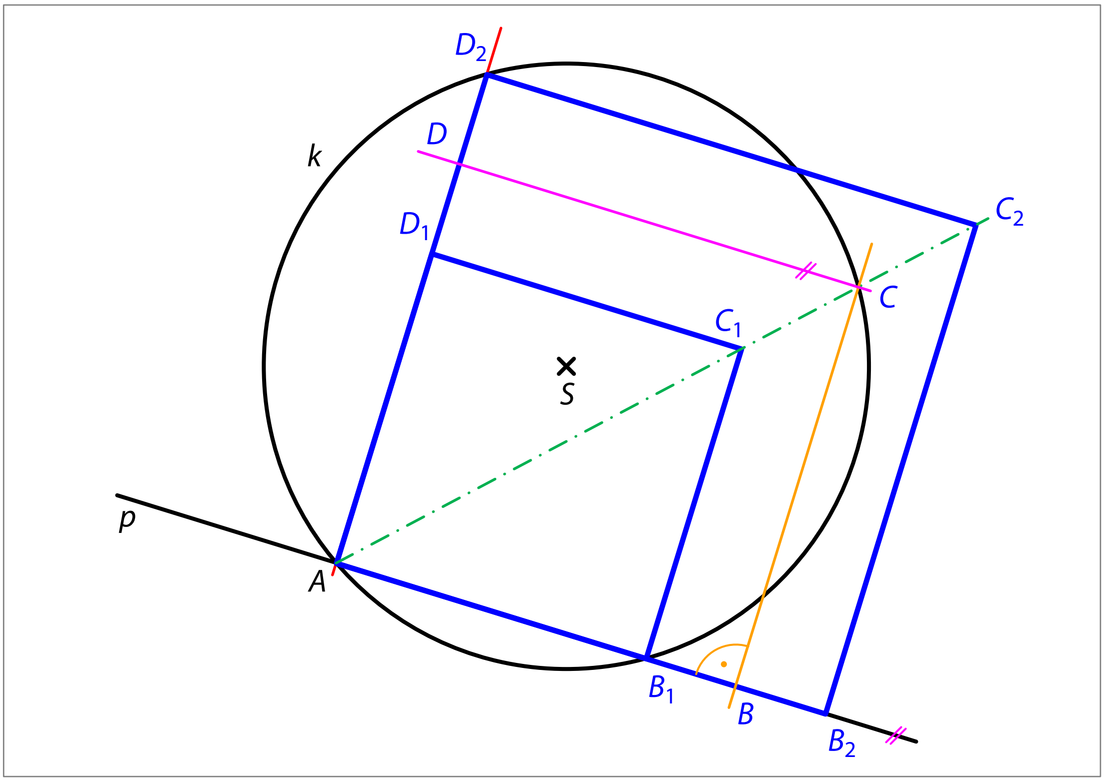


Poslední možností je čtverec s vrcholy A, C na kružnici k.

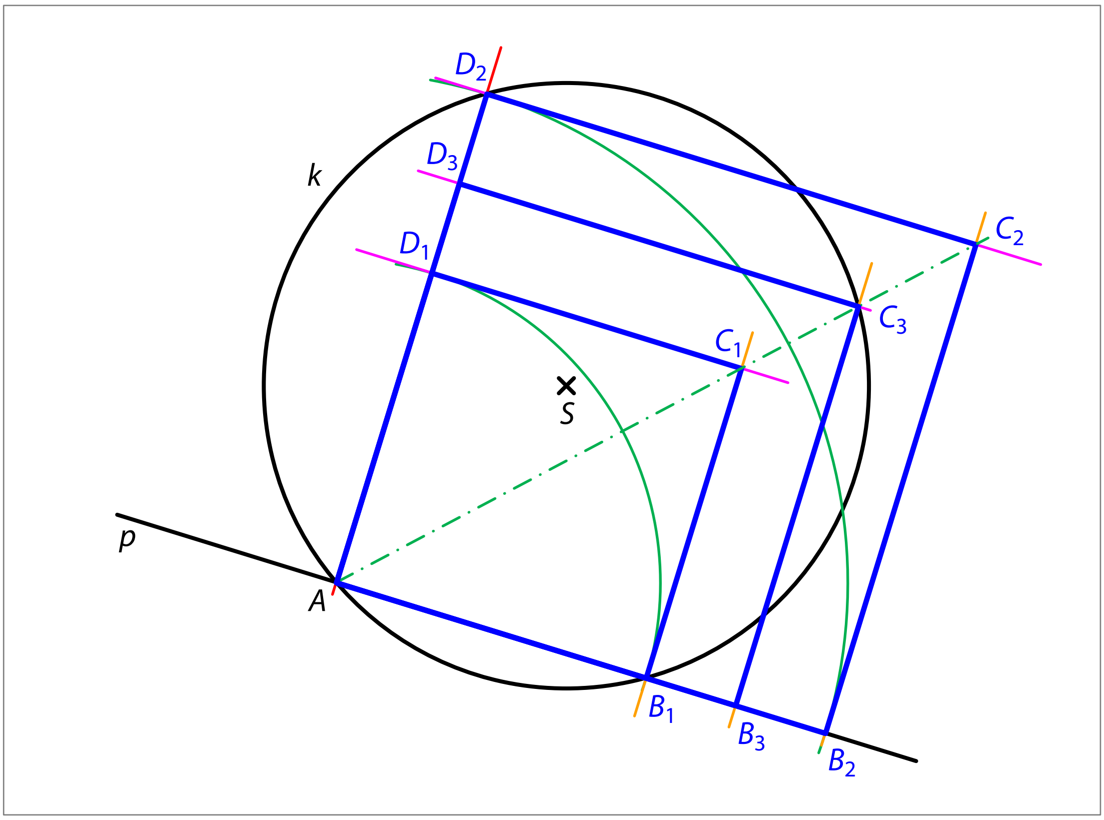


Popis konstrukce:

1. Sestrojíme osu pravého úhlu sevřeného červenou přímkou a přímkou p. * (Osa svírá s přímkou p úhel 45° a také prochází dříve sestrojenými body C_1, C_2.)
2. Průsečík osy s kružnicí k je vrchol C čtverce $ABCD$.
3. Bodem C vedeme přímku kolmou k přímce p.
4. Průsečík oranžové přímky s přímkou p je vrchol B čtverce $ABCD$.
5. Bodem C vedeme rovnoběžku s přímkou p.
6. Průsečík oranžové a červené přímky je vrchol D čtverce $ABCD$.



7. Zvýrazníme čtverec *ABCD*. (Sestrojené vrcholy musí být označeny písmeny, k nimž doplníme číslo 3.)



Závěr: Úloha má 3 řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 11

Do tabulky se zapisují počty telefonních hovorů tří dětí v prvním čtvrtletí kalendářního roku.
Některé údaje chybí.

	Počet hovorů			
	Leden	Únor	Březen	Aritmetický průměr za měsíc
Aleš			12	
Běla		12		
Cyril		9		9
Součet	36			

V lednu měly všechny tři děti stejný počet hovorů.
Aleš měl v březnu o třetinu hovorů méně než v únoru.
Běla měla v březnu o polovinu hovorů více než v únoru.

(CZVV)

max. 4 body

11 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
11.1	V prvním čtvrtletí byl aritmetický průměr počtu hovorů Aleše za měsíc **menší** než 14.	☐	☒
11.2	Běla měla za první čtvrtletí celkem 42 hovorů.	☒	☐
11.3	V březnu měl Cyril třikrát méně hovorů než Běla.	☒	☐

Řešení:

Dopočteme požadované údaje, které v tabulce chybí.

	Počet hovorů			
	Leden	Únor	Březen	Aritmetický průměr za měsíc
Aleš	12	18	12	14
Běla	12	12	18	
Cyril	12	9	6	9
Součet	36			

Počet hovorů Aleše (Běly i Cyrila) v lednu: $36 : 3 = 12$

Počet hovorů Aleše v únoru označíme x. Platí: $12 = \frac{2}{3} \cdot x,\qquad x = 12 \cdot \frac{3}{2} = 18$

Počet hovorů Běly v březnu: $1{,}5 \cdot 12 = 18$

Počet hovorů Cyrila v březnu označíme y. Platí: $\frac{12+9+y}{3}=9$, $\quad y=27-21=6$

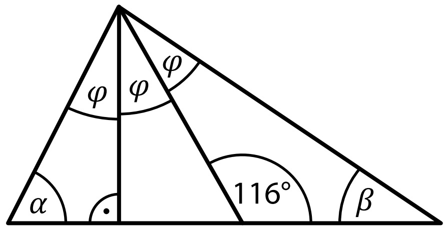
Aritmetický průměr počtu hovorů Aleše za měsíc (v 1. čtvrtletí): $\frac{12+18+12}{3}=\frac{42}{3}=14$

11.1 Aritmetický průměr počtu hovorů Aleše za měsíc (v 1. čtvrtletí) <u>nebyl</u> menší než 14.
Tvrzení 11.1 je **nepravdivé**.

11.2 Běla měla za první čtvrtletí 42 hovorů ($12+12+18=42$).
Tvrzení 11.2 je **pravdivé**.

11.3 V březnu měla Běla 18 hovorů a Cyril 6 hovorů, tedy třikrát méně než Běla ($18:3=6$).
Tvrzení 11.2 je **pravdivé**.

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 12



(CZVV)

2 body

12 **Kolik je $\alpha + \beta$?**

Velikosti úhlů neměřte, ale vypočtěte.

A) 90°

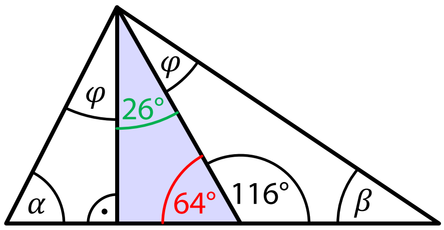
B) 92°

C) 102°

D) 112°

E) jiný výsledek

Řešení:



Vedlejší úhel k úhlu o velikosti 116° má velikost: $180° - 116° = 64°$

Druhý trojúhelník zleva (zvýrazněný) je pravoúhlý, proto platí: $\varphi = 90° - 64° = 26°$

Ve velkém trojúhelníku jsou velikosti vnitřních úhlů α, β a 3φ. Platí:

$$\alpha + \beta + 3\varphi = 180°$$
$$\alpha + \beta + 3 \cdot 26° = 180°$$
$$\alpha + \beta = 180° - 78°$$
$$\alpha + \beta = \mathbf{102°}$$

případně

První a druhý trojúhelník jsou shodné (podle věty *usu*), proto $\alpha = 64°$.

V posledním trojúhelníku vpravo jsou velikosti vnitřních úhlů 116°, β a $\varphi = 26°$. Platí:

$\beta = 180° - (116° + 26°)$

$\beta = 38°$

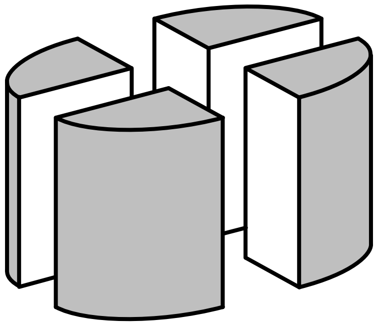
$\alpha + \beta = 64° + 38° = \mathbf{102°}$

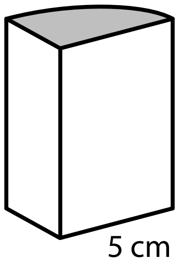
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Rotační válec s podstavou o poloměru 5 cm stojící na vodorovné podložce jsme svislými řezy rozdělili na čtyři shodná nová tělesa.

Povrch válce byl šedý (včetně podstav), ale všechny nové plochy vytvořené rozříznutím jsou bílé.

Součet obsahů obou bílých ploch na jednom z nových těles je 80 cm^2.





(CZVV)

2 body

13 Jaký je objem jednoho z nových těles?
Výsledek je zaokrouhlen na celé cm^3.

A) menší než 125 cm^3

B) 126 cm^3

C) 141 cm^3

D) 157 cm^3

E) větší než 158 cm^3

Řešení:

Obsah jedné z obou bílých ploch nového tělesa: 80 cm^2 : 2 = 40 cm^2
Tato plocha má tvar obdélníku, ve kterém je délka kratší strany 5 cm.
Delší strana tedy měří 8 cm (40 cm^2 : 5 cm = 8 cm).

Kratší strana obdélníku je poloměrem podstavy válce: $r = 5$ cm
Delší strana obdélníku je výškou válce: $v = 8$ cm

Objem válce V:

$V = \pi r^2 v$

$V = \pi \cdot 5^2 \cdot 8$ cm^3

$V = \pi \cdot 200$ cm^3

Objem nového tělesa V_n je čtvrtina objemu válce:

$V_n = \pi \cdot 200$ cm^3 : 4

$V_n = \pi \cdot 50$ cm^3, $\pi \doteq 3{,}14$

$V_n \doteq$ **157 cm^3** (po zaokrouhlení na celé cm^3)

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Kryštof, Lenka a Marek sbírali do čtvrtlitrových hrnků borůvky.

Kryštof naplnil borůvkami třikrát více hrnků než Marek.

Lenka naplnila borůvkami o 50 % méně hrnků než Kryštof.

Kryštof naplnil borůvkami o 2 hrnky více než Lenka s Markem dohromady.

(CZVV)

2 body

14 Označme m neznámý počet hrnků, které naplnil borůvkami Marek.

Ze které z následujících rovnic lze v souladu se zadáním vypočítat m?

A) $3m = 2{,}5m + 2$

B) $3m + 2 = 2{,}5m$

C) $3m - 2 = 2m + 0{,}5$

D) $3m = 2{,}5m + 2{,}5$

E) $3m - 2 = 2m + 50$

Řešení:

Neznámý počet hrnků, které naplnil borůvkami Marek, označíme m.

Počet hrnků, které naplnil Kryštof: $3m$

Počet hrnků, které naplnila Lenka: $3m : 2 = 1{,}5m$

Počet hrnků, které naplnili Lenka s Markem dohromady: $1{,}5m + m = 2{,}5m$

Kryštof naplnil $3m$ hrnků, Lenka s Markem $2{,}5m$ hrnků.

Kryštof naplnil o 2 hrnky více než Lenka s Markem dohromady: $3m = 2{,}5m + 2$

max. 6 bodů

15 Přiřaďte ke každé úloze (15.1–15.3) odpovídající výsledek (A–F).

15.1 V obchodě, v němž byla 20% sleva na veškeré zboží, Kamila zaplatila 400 korun.

Kolik korun by zaplatila, kdyby nedostala žádnou slevu? C

Řešení:

Cena po slevě 80 % ... 400 korun
20 % ... 100 korun
Cena před slevou 100 % ... **500 korun**

15.2 Svetr zdražili o 25 % a po čase jej zlevnili na 600 korun, tedy na 80 % ceny svetru po zdražení.

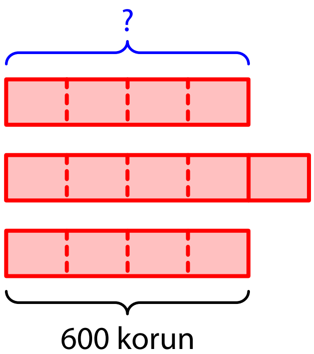
Kolik korun stál svetr ještě před zdražením? E

Řešení:

Cena před zdražením

Cena po zdražení — o 25 % více než cena před zdražením

Cena po slevě — 80 % ceny po zdražení



Cena svetru před zdražením byla stejná jako jeho cena po slevě, tj. **600 korun**.

Jiný způsob řešení:

Cena svetru před zdražením ... x
Cena svetru po zdražení ... $1{,}25x$
Cena svetru po slevě ... $0{,}8 \cdot 1{,}25x = 600$ korun
$x =$ **600 korun**

Další způsob řešení:

z ... cena svetru po zdražení

100 % ... z
80 % ... 600 korun

$z = \frac{100}{80} \cdot 600$ korun $= 750$ korun

y ... cena svetru před zdražením

100 % ... y
125 % ... 750 korun

$y = \frac{100}{125} \cdot 750$ korun $=$ **600 korun**

15.3 V obou kapsách mám stejné množství peněz.
Nejprve polovinu částky z levé kapsy přendám do pravé kapsy.
Když pak dám 50 % částky z pravé kapsy opět do levé kapsy,
v levé kapse budu mít 300 korun.

Kolik korun mám dohromady v obou kapsách? B

Řešení:

Levá kapsa		Pravá kapsa
x		x
$\frac{x}{2}$	$\xrightarrow{\frac{x}{2}}$	$x + \frac{x}{2} = \frac{3x}{2}$
$\frac{x}{2} + \frac{3x}{4} = \frac{5x}{4}$	$\xleftarrow{\frac{3x}{4}}$	$\frac{3x}{2} : 2 = \frac{3x}{4}$

$$300 \text{ korun} = \frac{5x}{4}$$

$$5x = 1\,200 \text{ korun}$$

$$x = \mathbf{480\ korun}$$

A) 320 korun

B) 480 korun

C) 500 korun

D) 540 korun

E) 600 korun

F) jiný počet korun

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Při spuštění programu je obrazovka monitoru prázdná. Při každém pípnutí se situace na obrazovce mění:

Při prvním, třetím a každém **lichém** pípnutí se objeví 2 nové čárky **I**.

Při druhém, čtvrtém a každém **sudém** pípnutí se objeví 2 nové pomlčky **—**.

Při **každém čtvrtém** pípnutí však jedna nová pomlčka překříží jednu čárku na obrazovce a místo nich vidíme plus **+**.

Na obrazovce tak mohou být **tři různé** symboly: „čárka“, „pomlčka“ a „plus“.

Symboly na obrazovce

při 1. pípnutí (2 symboly): I I

při 2. pípnutí (4 symboly): I I — —

při 3. pípnutí (6 symbolů): I I — — I I

při 4. pípnutí (7 symbolů): I I — — I + —

při 5. pípnutí (9 symbolů): I I — — I + — I I (5krát I, 3krát — a 1krát +)

atd.

(CZVV)

max. 4 body

16 Určete, jaký je na obrazovce počet

16.1 symbolů „pomlčka“ — při 10. pípnutí,

Řešení:

Zakreslíme situaci na obrazovce při 10. pípnutí a symboly „pomlčka“ spočítáme.

I I — — I + — I I — — I + — I I — —

Při 10. pípnutí je na obrazovce **8 symbolů „pomlčka“**.

Jiný způsob řešení:

Při 4. pípnutí je na obrazovce 7 symbolů: I I — — I + — (3krát I, 3krát — a 1krát +)

Při 5. až 8. pípnutí na obrazovce k těmto symbolům přibude dalších 7 symbolů (stejných, jaké byly na obrazovce při 4. pípnutí): I I — — I + — I I — — I + —
Tedy při 8. pípnutí je na obrazovce již 6 symbolů „pomlčka“ ($3 \cdot 2 = 6$).

Při 10. pípnutí se na obrazovce objeví ještě 2 nové pomlčky.

Při 10. pípnutí je na obrazovce **8 symbolů „pomlčka“** ($6 + 2 = 8$).

Jiný způsob řešení:

Při každém sudém pípnutí se objeví 2 pomlčky.
Kdyby se žádné čárky a pomlčky nekřížily, při 10. pípnutí by na obrazovce bylo 10 pomlček.

Avšak při 4. a 8. pípnutí vždy jedna pomlčka překříží čárku a vytvoří symbol „plus“.
Při 10. pípnutí je tedy na obrazovce ve skutečnosti o 2 symboly „pomlčka“ méně.

Při 10. pípnutí je na obrazovce **8 symbolů „pomlčka“** ($10 - 2 = 8$).

16.2 všech symbolů při 60. pípnutí,

Řešení:

Při 4. pípnutí je na obrazovce 7 symbolů: ǀ ǀ — — ǀ + —

Během každé další čtveřice pípnutí na obrazovce přibude dalších 7 symbolů (stejných, jaké byly na obrazovce při 4. pípnutí).

Během prvních 60 pípnutí se na obrazovce objeví 15krát více symbolů než během prvních 4 pípnutí (60 : 4 = 15). Při 60. pípnutí je tedy na obrazovce **105 symbolů** (15 · 7 = 105).

Jiný způsob řešení:

Kdyby se žádné čárky a pomlčky nekřížily, při každém pípnutí by přibyly 2 symboly a při 60. pípnutí by na obrazovce bylo 120 symbolů (60 · 2 = 120).

Avšak při každém čtvrtém pípnutí se jedna pomlčka a jedna čárka překříží a vytvoří jediný symbol „plus“. Během prvních 60 pípnutí nastala tato situace 15krát (60 : 4 = 15).
Při 60. pípnutí je tedy na obrazovce ve skutečnosti o 15 symbolů méně.

Při 60. pípnutí je na obrazovce **105 symbolů** (120 − 15 = 105).

16.3 symbolů „čárka“ ǀ právě ve chvíli, kdy se objevil 7. symbol „plus“ +.

Řešení:

Když se poprvé objeví symbol „plus“, jsou na obrazovce 3 symboly „čárka“:
ǀ ǀ — — ǀ + —

Pokaždé, než se objeví další symbol „plus“, přibudou na obrazovce 3 symboly „čárka“:

ǀ ǀ — — ǀ + — ǀ ǀ — — ǀ + — …

Ve chvíli, kdy se objevil 7. symbol „plus“, bylo na obrazovce již **21 symbolů „čárka“** (7 · 3 = 21).

Jiný způsob řešení

První symbol „plus“ se na obrazovce objeví při 4. pípnutí: ǀ ǀ — — ǀ + —

Během každé další čtveřice pípnutí na obrazovce přibude dalších 7 symbolů (stejných, jaké byly na obrazovce při 4. pípnutí).

Sedmý symbol „plus“ se na obrazovce objeví při 28. pípnutí (7 · 4 = 28).

Při každém lichém pípnutí se na obrazovce objeví 2 čárky.
Kdyby se žádné čárky a pomlčky nekřížily, během prvních 28 pípnutí by se objevilo 28 čárek.

Ve skutečnosti se však 7 z nich překříží pomlčkou a vytvoří symbol „plus“.
Při 28. pípnutí je tedy na obrazovce **21 symbolů „čárka“** (28 − 7 = 21).

Konal(a) zkoušku ☐ Vyloučen(a) ☐ Nepřítomen(na) či nedokončil(a) ☐

MATEMATIKA 9B

List 1 ze 2

Jméno a příjmení: ŽOFIE DEVÁTÁ

DIDAKTICKÝ TEST – STRANA 1–4

1

2,5 %

2

2.1 0,5

2.2 24,8

3 Uveďte postup řešení.

3.1

$$\frac{1-\frac{1}{3}}{-6^2} = \frac{3-1}{3} : (-36) = \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{36}\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{18}\right) =$$

$$= -\frac{1}{54}$$

3.2

$$12 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) - \frac{5}{2} + \frac{2}{3} = 12 \cdot \frac{4-3}{6} - \frac{15}{6} + \frac{4}{6} =$$

$$= \frac{12-15+4}{6} = \frac{1}{6}$$

4

4.1

$$4a^2 + 12ab + 9b^2$$

4.2

$$6e - 5ef + 6f^2$$

4.3 Uveďte postup řešení.

$$(1+3n) \cdot (1+3n) + (1+3n) \cdot (1-3n) - 2 =$$

$$= 1 + 6n + 9n^2 + 1 - 9n^2 - 2 = 6n$$

5 Uveďte postup řešení.

5.1

$$2\cdot(3-0{,}75x)+x=7-\frac{x}{2}$$

$$6-1{,}5x+x=7-0{,}5x$$

$$0=1$$

Rovnice nemá řešení.

5.2

$$\frac{5}{6}\cdot(y-2)-\frac{2}{3}\cdot y=\frac{y}{2}-\frac{5}{4}\quad /\cdot 12$$

$$10\cdot(y-2)-8y=6y-15$$

$$10y-20-8y=6y-15$$

$$-4y=5$$

$$\underline{\underline{y=-\frac{5}{4}}}$$

6

6.1	6.2	6.3
7 500 korun	12 000 korun	20 h

7

7.1

$90\ dm^2$

7.2

$169\ dm^2$

8

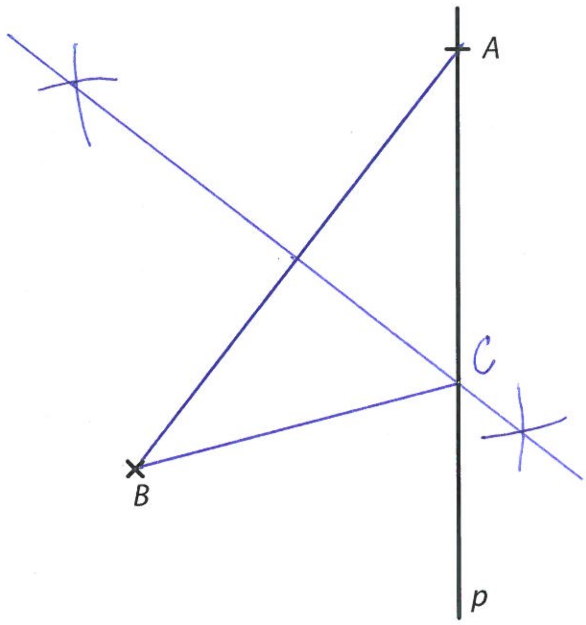
8.1

2 : 5

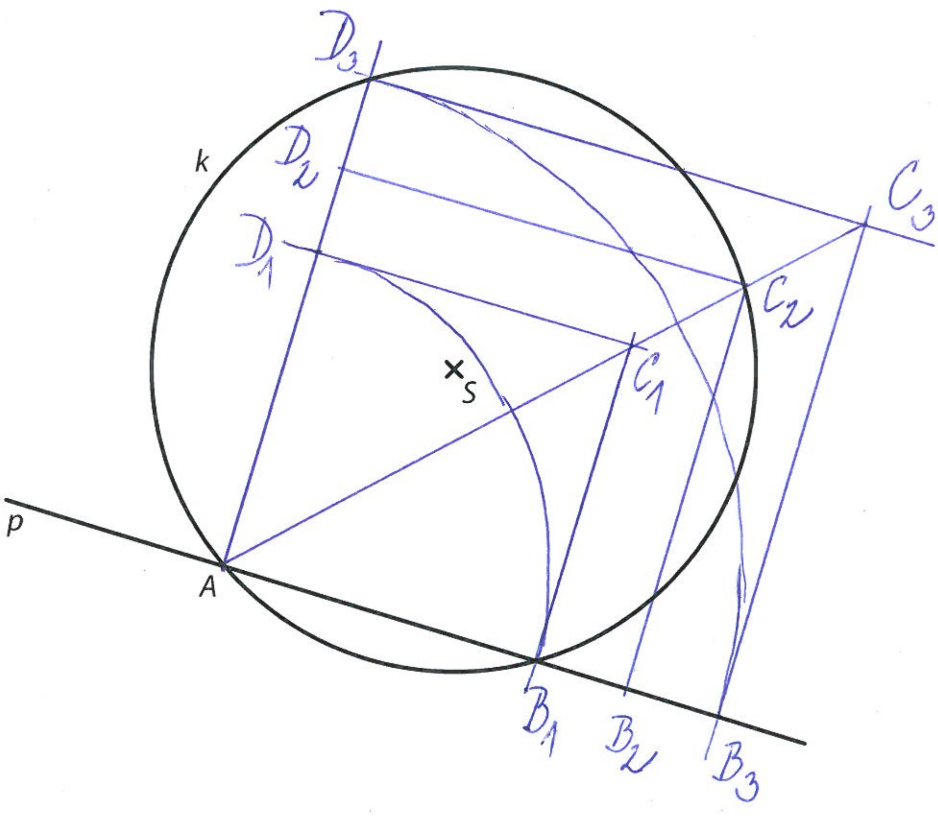
8.2

30 cm

9 Obtáhněte vše propisovací tužkou.



10 Obtáhněte vše propisovací tužkou.



11	A	N
11.1		X
11.2	X	
11.3	X	

	A	B	C	D	E
12			X		
13				X	
14	X				

15	A	B	C	D	E	F
15.1			X			
15.2					X	
15.3		X				

16

16.1	16.2	16.3
8 symbolů „pomlčka"	105 symbolů	21 symbolů „čárka"