

Aritmetická posloupnost (4)

1. Základní pojmy

- Napište definici funkce.
VH: Funkce je předpis $y = f(x)$, který číslu x přiřadí právě jedno číslo y , kde x je proměnná a y je funkční hodnota.
- Napište definici přirozených čísel a napište, jak se značí.
VH: Přirozená čísla jsou celá kladná čísla, značí se \mathbb{N} .
- Napište definici definičního oboru.
VH: Definiční obor je množina všech čísel x .
- Napište definici posloupnosti.
VH: Posloupnost je funkce, kde definičním oborem je podmnožina přirozených čísel.

2. Soustava rovnic, součet

- Určete součet deseti členů aritmetické posloupnosti, je-li dáno:
 $a_1 + a_6 + a_2 = 12 \quad a_3 + a_4 = 11$
VH: $a_1 = -2, d = 3, S_{10} = 115$
- Určete součet deseti členů aritmetické posloupnosti, je-li dáno:
 $a_1 + a_4 = 26 \quad a_2 + a_5 = 30$
Sb-MM: $a_1 = 10, d = 2, S_{10} = 190 \dots$ str.89/2.2-f)
- Určete součet dvanácti členů aritmetické posloupnosti, je-li dáno:
 $a_2 + a_4 = 2 \quad a_3 + a_5 = 6$
VH: $a_1 = -3, d = 2, S_{12} = 96$
- Určete součet deseti členů aritmetické posloupnosti, je-li dáno:
 $a_1 + a_3 + a_5 = 21 \quad a_2 + a_6 = 20$
VH: $a_1 = 1, d = 3, S_{10} = 145$
- Určete součet osmi členů aritmetické posloupnosti, je-li dáno:
 $a_2 + a_6 = 32 \quad a_4 + a_5 = 36$
VH: $a_1 = 4, d = 4, S_8 = 144$
- Určete součet dvanácti členů aritmetické posloupnosti, je-li dáno:
 $a_2 + a_5 - a_3 = 10 \quad a_1 + a_6 = 17$
VH: $a_1 = 1, d = 3, S_{12} = 210$
- Určete součet jedenácti členů aritmetické posloupnosti, je-li dáno:
 $a_7 + a_5 = 2 \quad a_3 + a_6 - a_2 = 3$
VH: $a_1 = -9, d = 2, S_{11} = 11$
- Určete součet třinácti členů aritmetické posloupnosti, je-li dáno:
 $a_3 + a_6 = 20 \quad a_7 - 2a_4 - a_2 = 4$
VH: $a_1 = -4, d = 4, S_{13} = 260$
- V aritmetické posloupnosti určete osmý člen, je-li dáno:
 $a_1 + a_7 = 22 \quad a_3 \cdot a_4 = 88$
VŠE: $a_1 = 2, d = 3, a_8 = 23$

- 10) V aritmetické posloupnosti určete jedenáctý člen, je-li dáno:

$$a_3 + a_5 = -10 \quad \frac{a_2}{a_6} = \frac{1}{9}$$

$$\text{VŠE: } a_1 = 1, d = -2, a_{11} = -19$$

- 11) V aritmetické posloupnosti určete desátý člen, je-li dáno:

$$a_2 + a_5 = -9 \quad \frac{a_4}{a_6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{VŠE: } a_1 = 3, d = -3, a_{10} = -24$$

- 12) V aritmetické posloupnosti určete devátý člen, je-li dáno:

$$a_3 + a_7 = 3 \quad \frac{a_2}{a_5} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{VŠE: } a_1 = -\frac{3}{2}, d = \frac{3}{4}, a_9 = \frac{9}{2}$$

- 13) V aritmetické posloupnosti určete S_{18} , je-li dáno:

$$a_{18} = 4 \quad d = -\frac{1}{5}$$

$$\text{Radl: } a_1 = \frac{37}{5}, d = -\frac{1}{5}, S_{18} = \frac{513}{5}$$

- 14) V aritmetické posloupnosti určete S_{22} , je-li dáno:

$$a_{22} = -\frac{2}{3} \quad d = -1$$

$$\text{Radl: } a_1 = \frac{61}{3}, d = -1, S_{22} = \frac{649}{3}$$

- 15) V aritmetické posloupnosti určete S_{19} , je-li dáno:

$$a_{19} = -\frac{1}{4} \quad d = 2$$

$$\text{Radl: } a_1 = -\frac{145}{4}, d = 2, S_{19} = -\frac{1387}{4}$$

- 16) V aritmetické posloupnosti určete S_{21} , je-li dáno:

$$a_{21} = 2 \quad d = -\frac{1}{8}$$

$$\text{Radl: } a_1 = \frac{9}{2}, d = -\frac{1}{8}, S_{21} = \frac{273}{4}$$

- 17) V aritmetické posloupnosti určete S_{15} , je-li dáno:

$$a_2 = 8 \quad a_{15} = 73$$

$$\text{Radl: } a_1 = 3, d = 5, S_{15} = 570$$

- 18) V aritmetické posloupnosti určete S_{17} , je-li dáno:

$$a_2 = 18 \quad a_{17} = -87$$

$$\text{Radl: } a_1 = 25, d = -7, S_{17} = -527$$

- 19) V aritmetické posloupnosti určete S_{21} , je-li dáno:

$$a_1 = 4 \quad a_{20} = -110$$

$$\text{Radl: } a_1 = 4, d = -6, S_{21} = -1176$$

- 20) V aritmetické posloupnosti určete S_{41} , je-li dáno:

$$a_1 = -3 \quad a_{40} = 153$$

$$\text{Radl: } a_1 = -3, d = 4, S_{41} = 157$$

- 21) V aritmetické posloupnosti určete první člen, je-li dáno:

$$a_{14} = 3 \quad a_{23} = 21$$

$$\text{Radl: } a_1 = -23, d = 2$$

22) V aritmetické posloupnosti určete první člen, je-li dáno:

$$a_9 = 6 \quad a_{15} = -8$$

$$\text{Radl: } a_1 = \frac{74}{3}, d = -\frac{7}{3}$$

23) V aritmetické posloupnosti určete první člen, je-li dáno:

$$a_{11} = 9 \quad a_{19} = 33$$

$$\text{Radl: } a_1 = -21, d = 3$$

24) V aritmetické posloupnosti určete první člen, je-li dáno:

$$a_7 = 22 \quad a_{14} = 15$$

$$\text{Radl: } a_1 = 28, d = -1$$

3. AP - předpis

1) Je-li daná posloupnost aritmetická, určete d a S_{25} :

$$\left\{ \frac{1}{2}n + 3 \right\}_{n=1}^{\infty}$$

$$\text{Radl: } a_1 = \frac{7}{2}, d = \frac{1}{2}, S_{25} = \frac{475}{2}$$

2) Je-li daná posloupnost aritmetická, určete d a S_{25} :

$$\left\{ \frac{n+3}{5} \right\}_{n=1}^{\infty}$$

$$\text{Radl: } a_1 = \frac{4}{5}, d = \frac{1}{5}, S_{25} = 80$$

3) Je-li daná posloupnost aritmetická, určete d a S_{25} :

$$\left\{ \frac{n+4}{-n} \right\}_{n=1}^{\infty}$$

Radl: *není aritmetická*

4) Je-li daná posloupnost aritmetická, určete d a S_{25} :

$$\left\{ -\frac{2}{5}n \right\}_{n=1}^{\infty}$$

$$\text{Radl: } a_1 = -\frac{2}{5}, d = -\frac{2}{5}, S_{25} = -130$$

5) Je-li daná posloupnost aritmetická, určete d a S_{25} :

$$\left\{ -n + \frac{1}{2} \right\}_{n=1}^{\infty}$$

$$\text{Radl: } a_1 = -\frac{1}{2}, d = -1, S_{25} = -\frac{625}{2}$$

6) Je-li daná posloupnost aritmetická, určete d a S_{25} :

$$\left\{ \frac{1-n}{2} \right\}_{n=1}^{\infty}$$

$$\text{Radl: } a_1 = 0, d = -\frac{1}{2}, S_{25} = -150$$

7) Je-li daná posloupnost aritmetická, určete d a S_{25} :

$$\{3n-4\}_{n=1}^{\infty}$$

$$\text{Sb-MM: } a_1 = -1, d = 3, S_{25} = 875 \dots \text{str.89/2.1-a)}$$

8) Je-li daná posloupnost aritmetická, určete d a S_{25} :

$$\{2^{n+1}\}_{n=1}^{\infty}$$

Sb-MM: *není aritmetická* ...str.89/2.1-b)

9) Je-li daná posloupnost aritmetická, určete d a S_{25} :

$$\{3 \cdot 2^{-n}\}_{n=1}^{\infty}$$

Sb-MM: *není aritmetická* ...str.89/2.1-c)

10) Je-li daná posloupnost aritmetická, určete d a S_{25} :

$$\left\{ \frac{n+1}{n+2} \right\}_{n=1}^{\infty}$$

Sb-MM: *není aritmetická* ...str.89/2.1-d)

4. AP - součet

1) Určete n , je-li dáno:

$$a_1 = 0, d = 3, S_n = 165$$

$$\text{Sb-MM: } n^2 - n - 110 = 0, \quad n_1 \neq -10, n_2 = 11 \dots \text{str.89/2.3-b)}$$

2) Určete n , je-li dáno:

$$a_1 = 3, d = 2, S_n = 120$$

$$\text{VH: } n^2 + 2n - 120 = 0, \quad n_1 \neq -12, n_2 = 10$$

3) Určete n , je-li dáno:

$$a_1 = 0, d = 2, S_n = 156$$

$$\text{VH: } n^2 - n - 156 = 0, \quad n_1 \neq -12, n_2 = 13$$

4) Určete n , je-li dáno:

$$a_1 = 3, d = 3, S_n = 135$$

$$\text{VH: } n^2 - n - 90 = 0, \quad n_1 \neq -10, n_2 = 9$$

5) Určete n , d , je-li dáno:

$$a_1 = 2, a_n = 32, S_n = 187$$

$$\text{Sb-MM: } n = 11, d = 3 \dots \text{str.89/2.3-a)}$$

6) Určete n , je-li dáno:

$$a_1 = -1, d = 2, S_n = 120$$

$$\text{VH: } n^2 - 2n - 120 = 0, \quad n_1 \neq -10, n_2 = 12$$

7) Určete n , je-li dáno:

$$a_1 = 2, d = 3, S_n = 222$$

$$\text{VH: } 3n^2 + n - 444 = 0, \quad n_1 \neq -\frac{37}{3}, n_2 = 12$$

8) Určete n , je-li dáno:

$$a_1 = 4, d = 3, S_n = 144$$

$$\text{VH: } 3n^2 + 5n - 288 = 0, \quad n_1 \neq -\frac{23}{3}, n_2 = 9$$

9) Určete n , je-li dáno:

$$a_1 = -4, d = 3, S_n = 72$$

$$\text{VH: } 3n^2 - 11n - 144 = 0, \quad n_1 \neq -\frac{16}{3}, n_2 = 9$$

10) Určete n , je-li dáno:

$$a_1 = 1, d = 2, S_n = 144$$

$$\text{VH: } n^2 - 144 = 0, \quad n_1 \neq -12, n_2 = 12$$

11) Určete n , je-li dáno:

$$a_1 = 3, d = 2, S_n = 48$$

$$\text{UO: } n^2 + 2n - 48 = 0, \quad n_1 \neq -8, n_2 = 6$$

12) Určete n , je-li dáno:

$$a_1 = -20, d = 4, S_n = -56$$

$$\text{VH: } n^2 - 11n + 28 = 0, \quad n_1 = 4, n_2 = 7$$

5. AP - pravouhlý trojúhelník

1) Délky stran pravouhlého trojúhelníka tvoří aritmetickou posloupnost. Delší odvěsna je 12 m. Určete délky zbývajících stran.

$$\text{Radl: } a_1 = 9m, a_2 = 12m, a_3 = 15m$$

2) Délky stran pravouhlého trojúhelníka tvoří aritmetickou posloupnost. Delší odvěsna je 24 dm. Určete délky zbývajících stran.

$$\text{Sb-MM: } a_1 = 18dm, a_2 = 24dm, a_3 = 30dm \dots \text{str.89/2.5}$$

3) Délky stran pravouhlého trojúhelníka tvoří aritmetickou posloupnost. Nejkratší strana je 12 cm. Určete délky zbývajících stran.

$$\text{VH: } a_1 = 12cm, a_2 = 16cm, a_3 = 20cm$$

4) Délky stran pravouhlého trojúhelníka tvoří aritmetickou posloupnost. Přepona má délku 10 mm. Určete délky zbývajících stran.

$$\text{VH: } a_1 = 6mm, a_2 = 8mm, a_3 = 10mm$$

5) Délky stran pravouhlého trojúhelníka tvoří aritmetickou posloupnost. Přepona má délku 35 cm. Určete délky zbývajících stran.

$$\text{VH: } a_1 = 21cm, a_2 = 28cm, a_3 = 35cm$$

6) Délky stran pravouhlého trojúhelníka tvoří aritmetickou posloupnost. Nejkratší strana je 3 cm. Určete délky zbývajících stran.

$$\text{VH: } a_1 = 3cm, a_2 = 4cm, a_3 = 5cm$$

7) Délky stran pravouhlého trojúhelníka tvoří aritmetickou posloupnost. Delší odvěsna je 16 cm. Určete délky zbývajících stran.

$$\text{VH: } a_1 = 12cm, a_2 = 16cm, a_3 = 20cm$$

8) Délky stran pravouhlého trojúhelníka tvoří aritmetickou posloupnost. Kratší odvěsna je 6 cm. Určete délky zbývajících stran.

$$\text{Radl: } a_1 = 6cm, a_2 = 8cm, a_3 = 10cm$$

9) Délky stran pravouhlého trojúhelníka tvoří aritmetickou posloupnost. Rozdíl délek odvěsen je 5 cm. Určete délky zbývajících stran.

$$\text{Radl: } a_1 = 15cm, a_2 = 20cm, a_3 = 25cm$$

6. Součet čísel v intervalu

1) Určete součet všech sudých přirozených čísel menších než 150.

$$\text{Radl: } n = 74, \quad S_{74} = 5550$$

2) Určete součet všech lichých přirozených čísel menších než 150.

$$\text{Radl: } n = 75, \quad S_{75} = 5625$$

3) Určete součet všech přirozených dvojciferných čísel.

$$\text{Radl: } n = 90, \quad S_{90} = 4905$$

4) Určete součet všech přirozených trojiciferných čísel.

$$\text{Radl: } n = 900, \quad S_{900} = 494550$$

5) Určete součet všech přirozených dvojciferných čísel, dělitelných pěti.

$$\text{Radl: } n = 18, \quad S_{18} = 945$$

6) V aritmetické posloupnosti a_1, a_2, \dots, a_7 je $a_1 = -\frac{11}{3}, d = \frac{4}{3}$ Vypočtěte:

$$(8)^{a_1} \cdot (8)^{a_2} \cdot (8)^{a_3} \cdot \dots \cdot (8)^{a_7}$$

$$\text{Radl: } a_7 = \frac{13}{3}, \quad S_7 = \frac{7}{3}, \quad (8)^{S_7} = 2^7$$

7) Vypočtěte, když i je imaginární jednotka:

$$i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot i^4 \cdot \dots \cdot i^{64}$$

$$\text{Radl: } S_{64} = 2080, \quad i^{2080} = 1$$

8) Určete součet $22 + 25 + 28 + \dots + 316 + 319$ aritmetické posloupnosti
Nyd: $S_{100} = 17050$

9) Určete součet $21 + 23 + 25 + \dots + 415 + 417$ aritmetické posloupnosti
Nyd: $S_{199} = 43581$

10) Najděte součet všech sudých přirozených čísel v intervalu $\langle 251; 311 \rangle$
VH: $n = 30; \quad S_{30} = 8430$

11) Najděte součet všech lichých přirozených čísel v intervalu $\langle 251; 311 \rangle$
VH: $n = 31, S_{31} = 8711$

12) Najděte součet všech sudých přirozených čísel v intervalu $\langle 253; 313 \rangle$
VH: $n = 30, S_{30} = 8490$

13) Najděte součet všech lichých přirozených čísel v intervalu $\langle 253; 313 \rangle$
VH: $n = 31, S_{31} = 8773$

14) Najděte součet všech sudých přirozených čísel v intervalu $\langle 241; 311 \rangle$
VH: $n = 35, S_{35} = 9660$

15) Najděte součet všech lichých přirozených čísel v intervalu $\langle 241; 311 \rangle$
VH: $n = 36, S_{36} = 9936$

7. Maturitní příklady

- 1) Posloupnost tvoří sedmáct po sobě jdoucích přirozených lichých čísel seřazených vzestupně od nejmenšího k největšímu. Prostřední člen a_9 je číslo 23. O každém z následujících tvrzení rozhodněte, je-li pravdivé (Ano), nebo nepravdivé (Ne). (3 body)
- Rozdíl mezi dvěma sousedními členy je 1. A N
- $a_{12} = 29$
- Všechny členy jsou větší než 5.
- Součet čtyř nejmenších členů je 40.

CERMAT-10g: N, A, A, A (4 – 3body, 3 – 2body, 2a1a0 – 0bodů)

- 2) Čtveřice a_1, a_2, a_3, a_4 , kde $a_2 = -20, a_3 = 10$, představuje čtyři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti, čtveřice g_1, g_2, g_3, g_4 , kde $g_2 = -10, g_3 = 20$, představuje čtyři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti Určete: (4 body)

a_1

a_4

g_1

g_4

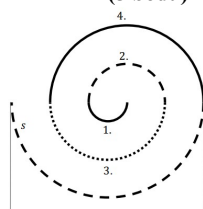
CERMAT-11i: $-50, 40, 5, -40$

- 3) V zámecké dlažbě byla vytvořena spirála z 15 navazujících různobarevných půlkružnic. Délka první půlkružnice je 22 dm a každá následující půlkružnice je o 22 dm delší. (5 bodů)

Vypočtěte délku třetí půlkružnice

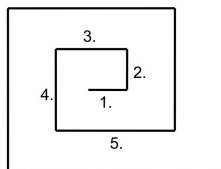
Uveďte délku s celé spirály.

Uveďte v celých metrech průměr d poslední půlkružnice



CERMAT-11j: $a_3 = 66 \text{ dm}; s = 2640 \text{ dm}; d = 21 \text{ m}$ (1.2.2)-body

- 4) Na výstavišti se konal veletrh květin. V prostorách výstaviště byla vysázena květinová „lomená spirála“, jejíž část je znázorněna na plánu. Je složena z 10 rovných úseků. V prvním úseku uprostřed plochy jsou umístěny 4 květiny, každý následující úsek má o další 3 květiny více než předchozí (do rohů se květiny nedávají). Vypočtěte počet květin umístěných v šestém úseku. Kolik květin je v celé spirále? (3 body)



CERMAT-11jp: $a_6 = 19, S_{10} = 175$

- 5) V aritmetické posloupnosti je $a_9 - a_8 = 20$, dále je $a_{10} = 100$. Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE): (2 body)

$a_{10} - a_9 = 30$ A N

$a_8 - a_7 = 10$

diference $d = 20$

$a_5 = 0$

A	N
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

CERMAT-11jp: N, N, A, A (4 – 2body, 3 – 1bod, 2a1a0 – 0bodů)

- 6) Aritmetická posloupnost obsahuje 50 členů, z nichž první tři jsou $-140; -132; -124$ a poslední tři $236; 244; 252$. (3 body)

Vypočtěte dvacátý člen posloupnosti.

Vypočtěte součet všech 50 členů posloupnosti:

$$-140 + (-132) + (-124) + \dots + 236 + 244 + 252 =$$

Určete kolikátým členem posloupnosti je číslo 100.

CERMAT-11p: $a_{20} = 12; S_{50} = 2800; a_{31} = 100$

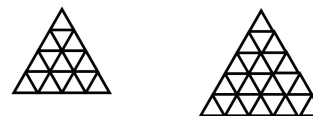
- 7) První dva členy aritmetické posloupnosti jsou $a_1 = 57, a_2 = 54$. Vypočtěte padesátý člen posloupnosti (a_{50}). Vypočtěte součet prvních padesáti členů posloupnosti (S_{50}). Kolik prvních členů posloupnosti je třeba sečíst, aby byl součet co největší? (3 body)

CERMAT-12j: $a_{50} = -90, S_{50} = -825, n = 19; \text{respektive } n = 20$

- 8) Je dán třicátý člen aritmetické posloupnosti $a_{30} = 100$ a difference $d = 3$. Kolikátým členem posloupnosti je číslo 280? (2 body)

CERMAT-12p: 90. člen

- 9) Podkladem pro okenní vitráže jsou trojúhelníkové sítě vytvořené ze shodných rovnostranných trojúhelníků. Dvě zobrazené sítě mají v nejdelší dolní řadě 7 a 9 trojúhelníků a celkem obsahují 16 a 25 trojúhelníků. Kolik trojúhelníků obsahuje obdobně sestavená síť s 31 trojúhelníky v nejdelší řadě? (2 body)



CERMAT-13i: 256

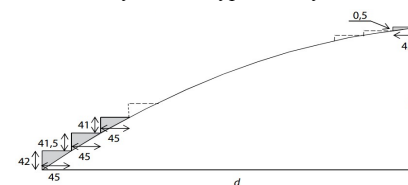
- 10) V aritmetické posloupnosti je první člen $a_1 = 1$ a součet prvních čtyřiceti členů $s_{40} = 1600$. Vypočtěte čtyřicátý člen a_{40} této posloupnosti. (1 bod)

CERMAT-13j: $a_{40} = 79$

- 11) Čtvrtým a šestým členem aritmetické posloupnosti jsou čísla $\frac{11}{3}$ a $\frac{7}{3}$. Vypočtěte pátý člen této posloupnosti. (1 bod)

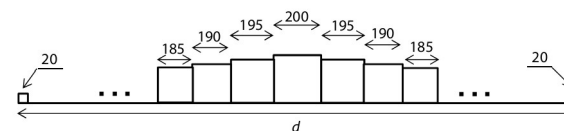
CERMAT-13j: $a_5 = 3$

- 12) V Kocourkově postavili schodiště na Kocouří vyhlídce. Všechny schody mají šířku 45 cm. Nejvyšší je první schod, každá následující schod je o 0,5 cm nižší. První schod má výšku 42 cm, poslední jen 0,5 cm. Vypočtěte v centimetrech, jakou vodorovnou vzdálenost d překonává schodiště na Kocouří vyhlídce. Vypočtěte výšku celého schodiště. (2 body)



CERMAT-13p: $d = 3780 \text{ cm}; v = 1785 \text{ cm}$

- 13) Kocourkovská zeď je sestavena z krychlí. Uprostřed je největší krychle s hranou délky 200 cm. Vpravo i vlevo od ní se souměrně přidávají další krychle, jejichž strany se postupně zkracují o 5 cm. Zeď má na obou koncích nejmenší krychle s hranou délky 20 cm. Kolik metrů měří zeď? (2 body)



CERMAT-14ii: 79,4 m

14) Přiřaďte k prvním dvěma členům každé z uvedených posloupností následující člen.

(3 body)

26.1) Aritmetická posloupnost: $-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}$

26.2) Aritmetická posloupnost: $\frac{1}{6}; \frac{2}{3}$

26.3) Geometrická posloupnost: $\frac{1}{6}; \frac{2}{3}$

CERMAT-14j: 26.1: $\frac{3}{2}$ 26.2: $\frac{7}{6}$ 26.3: $\frac{8}{3}$