MATEMATIKA 9

M9PBD24C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Jméno a příjmení

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

1 Základní informace k zadání zkoušky

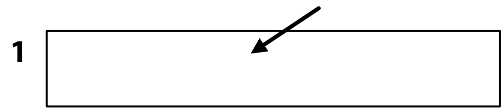
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu **je uveden na záznamovém archu**.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Za neuvedené řešení úlohy či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.
- **Odpovědi pište do záznamového archu.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- Didaktický test obsahuje **otevřené** a **uzavřené úlohy**. Uzavřené úlohy obsahují nabídku odpovědí. U každé takové úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Na začátku testového sešitu najdete vybrané **vzorce a vztahy**.

2 Pravidla správného zápisu do záznamového archu

- Řešení úloh zapisujte do záznamového archu **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- V konstrukčních úlohách rýsujte tužkou a následně vše obtáhněte propisovací tužkou.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

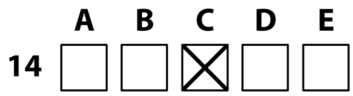
- Řešení úloh **pište čitelně** do vyznačených bílých polí záznamového archu.



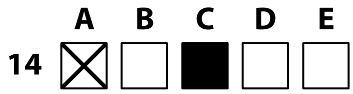
- Pokud budete chtít provést opravu, původní zápis přeškrtněte a nový uveďte do stejného pole.
- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- Zápisy uvedené mimo vyznačená bílá pole záznamového archu nebudou hodnoceny.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvěte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědí (např. dva křížky u jedné otázky) bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

Druhé mocniny čísel 11–20:

$11^2 = 121$	$16^2 = 256$
$12^2 = 144$	$17^2 = 289$
$13^2 = 169$	$18^2 = 324$
$14^2 = 196$	$19^2 = 361$
$15^2 = 225$	$20^2 = 400$

Přibližné hodnoty čísla π:

$\pi \doteq 3{,}14$

$\pi \approx \dfrac{22}{7}$

Rozklad na součin:

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)\cdot(a+b)$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)\cdot(a-b)$

$a^2 - b^2 = (a+b)\cdot(a-b)$

Obvod a obsah kruhu o poloměru r:

$o = 2\pi r$

$S = \pi r^2$

V úlohách **1**, **2**, **4.1**, **4.2**, **6**, **7** a **8** přepište **do záznamového archu** pouze **výsledky**.

---

1 bod

1 Josef má délku kroku 75 cm, Naďa má krok dlouhý 60 cm. Josef i Naďa každý ušli 10 000 kroků.

O kolik kilometrů ušel Josef více než Naďa?

Řešení:

1 cm = 0,01 m = 0,00001 km

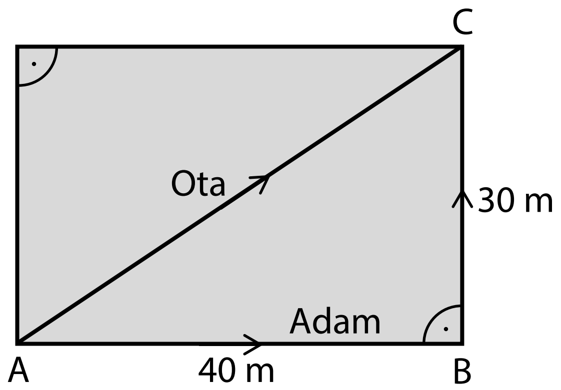
Josef … 0,00075 km · 10 000 = 7,5 km

Naďa … 0,00060 km · 10 000 = 6 km

7,5 km – 6 km = 1,5 km

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 2

Adam a Ota jdou z místa A do místa C. Každý jde jinou cestou tak, jak je vyznačeno na obrázku. Adam jde z místa A do místa C po rovných silnicích přes místo B. Ota jde zkratkou přímo z A do C.



2 body

2 **O kolik procent je Adamova cesta delší než cesta, kterou jde Ota?**

Řešení:

Adam … 40 m + 30 m = 70 m

Ota … z Pythagorovy věty: $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50\,\text{m}$

50 m = 100 % $\Rightarrow$ 1 procento = 0,5 m

70 : 0,5 = 140 %

140 % - 100 % = 40 %

max. 4 body

3 **Vypočítejte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.**

Do záznamového archu uveďte u obou podúloh **celý postup řešení.**

3.1 $\left(\frac{3}{4}+\frac{4}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{6}{5}\right)=$

Řešení:

$$\left(\frac{3}{4}+\frac{4}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{6}{5}\right)=\left(\frac{9}{12}+\frac{16}{12}\right)\cdot\left(\frac{10}{15}-\frac{18}{15}\right)=\frac{25}{12}\cdot\left(-\frac{8}{15}\right)=\frac{5}{3}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{10}{9}$$

3.2 $\dfrac{\frac{5}{9}-\frac{3}{2}:\frac{3}{5}}{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}-\frac{7}{12}}=$

Řešení:

$$\frac{\frac{5}{9}-\frac{3}{2}:\frac{3}{5}}{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}-\frac{7}{12}}=\frac{\frac{5}{9}-\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{3}}{\frac{8}{12}+\frac{2}{12}-\frac{7}{12}}=\frac{\frac{5}{9}-\frac{5}{2}}{\frac{3}{12}}=\frac{\frac{10}{18}-\frac{45}{18}}{\frac{3}{12}}=\frac{-\frac{35}{18}}{\frac{3}{12}}=$$

$$=-\frac{35}{18}\cdot\frac{12}{3}=-\frac{35}{18}\cdot\frac{4}{1}=-\frac{35}{9}\cdot\frac{2}{1}=-\frac{70}{9}$$

---

max. 4 body

4

4.1 Umocněte:

$(-3-2x)^2=$

Řešení:

$$(-3-2x)^2=9+12x+4x^2$$

4.2 Upravte a rozložte na součin podle vzorce:

$6\,400-(x^2-3\,600)=$

Řešení:

$$6\,400-\left(x^2-3\,600\right)=6\,400-x^2+3\,600=10\,000-x^2=(100-x)\cdot(100+x)$$

4.3 Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

$$(3x+1)^2 - x \cdot 7x - (2x-5) \cdot (x+4) =$$

Řešení:

$$(3x+1)^2 - x \cdot 7x - (2x-5) \cdot (x+4) =$$
$$= 9x^2 + 6x + 1 - 7x^2 - (2x^2 + 8x - 5x - 20) =$$
$$= 9x^2 + 6x + 1 - 7x^2 - 2x^2 - 3x + 20 =$$
$$= 3x + 21$$

Do záznamového archu uveďte u podúlohy 4.3 **celý postup řešení**.

---

max. 4 body

5 Řešte rovnice.

Do záznamového archu uveďte u obou podúloh **celý postup řešení.**

Zkoušku nezapisujte.

5.1 $1{,}6 : 2 - \frac{x}{2} = 3 \cdot 0{,}7x + 3{,}4$

Řešení:

$$1{,}6 : 2 - \frac{x}{2} = 3 \cdot 0{,}7x + 3{,}4 \qquad / \cdot 2$$
$$1{,}6 - x = 4{,}2x + 6{,}8$$
$$1{,}6 - 6{,}8 = 4{,}2x + x$$
$$-5{,}2 = 5{,}2x$$
$$x = -1$$

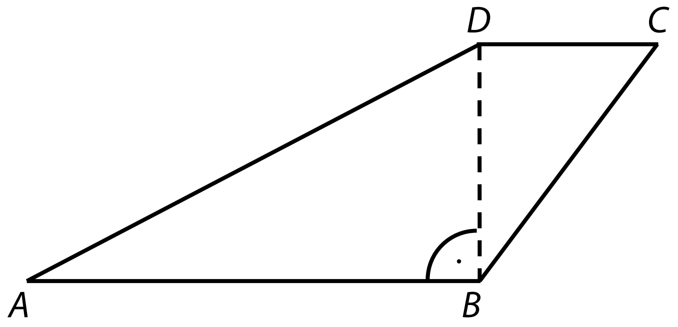
5.2 $\frac{5-2y}{3} + \frac{y}{9} = \frac{3-y}{6}$

Řešení:

$$\frac{5-2y}{3} + \frac{y}{9} = \frac{3-y}{6} \qquad / \cdot 18$$
$$6 \cdot (5-2y) + 2y = 3 \cdot (3-y)$$
$$30 - 12y + 2y = 9 - 3y$$
$$21 = 7y$$
$$y = 3$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Čtyřúhelník *ABCD* je takový lichoběžník se základnami *AB* a *CD*, že úsečka *BD* je jeho výška. Pro délky stran platí $|AD| = 17$ cm, $|BD| = 8$ cm, obsah trojúhelníku *BCD* je $S_{BCD} = 24\ \text{cm}^2$.



max. 4 body

6

6.1 **Vypočítejte obsah lichoběžníku *ABCD*.**

Výsledek uveďte v cm².

Řešení:

Z Pythagorovy věty určíme velikost strany *AB*:

$$|AB| = \sqrt{(17\ \text{cm})^2 - (8\ \text{cm})^2} = 15\ \text{cm}$$

$$S_{ABD} = \frac{|AB| \cdot |BD|}{2} = \frac{15\ \text{cm} \cdot 8\ \text{cm}}{2} = 60\ \text{cm}^2$$

$S_{BCD} = 24\ \text{cm}^2$

$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD} = 60\ \text{cm}^2 + 24\ \text{cm}^2 = 84\ \text{cm}^2$

6.2 **Vypočítejte obvod lichoběžníku *ABCD*.**

Výsledek uveďte v cm.

Řešení:

$|AB| = 15$ cm; $|AD| = 17$ cm;

Z obsahu trojúhelníku *BCD* určíme velikost strany *DC*.

$$S_{BCD} = \frac{|DC| \cdot |BD|}{2} \quad \Rightarrow \quad |DC| = \frac{2 \cdot S_{BCD}}{|BD|} \quad \Rightarrow \quad |DC| = \frac{2 \cdot 24\ \text{cm}^2}{8\ \text{cm}} = 6\ \text{cm}$$

Z Pythagorovy věty určíme velikost strany *BC*:

$$|BC| = \sqrt{(6\ \text{cm})^2 + (8\ \text{cm})^2} = 10\ \text{cm}$$

$o = |AB| + |BC| + |CD| + |DA| = 15\ \text{cm} + 10\ \text{cm} + 6\ \text{cm} + 17\ \text{cm} = 48\ \text{cm}$

max. 4 body

7 Petr sbírá modely aut. Druhý rok nasbíral o polovinu počtu modelů aut více, než které nasbíral první rok. Třetí rok nasbíral 72 modelů. Počet modelů, které Petr nasbíral v prvním roce, označte x.

7.1 **V závislosti na veličině x vyjádřete, kolik modelů nasbíral Petr během druhého roku.**

Řešení:

1. rok	x
2. rok	$1{,}5x$
3. rok	72

7.2 **Vypočítejte, kolik modelů nasbíral Petr během prvního roku, pokud za tři roky nasbíral 217 modelů.**

Řešení:

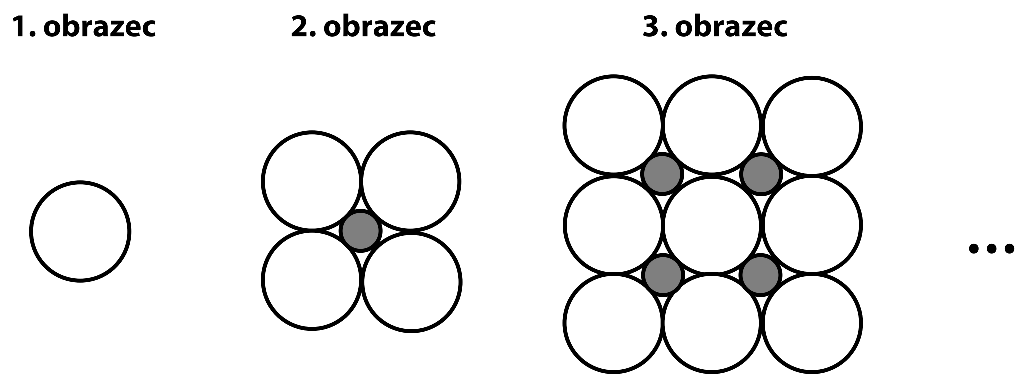
$x + 1{,}5x + 72 = 217$

$2{,}5x = 145$

$x = 58$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Obrazce jsou tvořeny z velkých bílých a malých tmavých kruhů podle určitého pravidla. První obrazec tvoří jeden velký bílý kruh. Druhý obrazec tvoří čtyři bílé kruhy, jejichž středy tvoří vrcholy čtverce, a jeden tmavý kruh uprostřed. Každé dva sousední kruhy mají společný právě jeden bod. Třetí obrazec je sestaven za dodržení pravidla vytváření obrazců tak, že jej tvoří devět bílých kruhů a čtyři kruhy tmavé. Daným způsobem sestavujeme další obrazce.



max. 4 body

8.1 **Kolik velkých bílých kruhů obsahuje osmý obrazec?**

Řešení:

1. obrazec 1 bílý kruh

2. obrazec $4 = 2^2$ bílých kruhů

3. obrazec $9 = 3^2$ bílých kruhů

8. obrazec $8^2 = 64$ bílých kruhů

8.2 **Kolikátý obrazec obsahuje 361 malých tmavých kruhů?**

Řešení:

2. obrazec 1 tmavý kruh

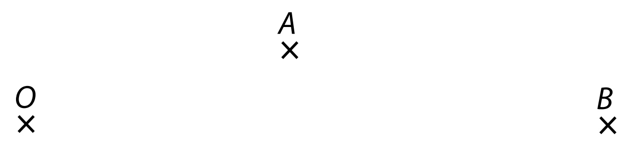
3. obrazec $4 = 2^2$ tmavých kruhů

4. obrazec $9 = 3^2$ tmavých kruhů

x. obrazec 361 tmavých kruhů $= 19^2 \Rightarrow$ 20. obrazec

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině jsou dány body *A*, *B* a *O*. Body *A*, *B* jsou vrcholy kosočtverce *ABCD*.
Vrchol *C* kosočtverce leží na přímce *OA*.



max. 3 body

9 **Sestrojte kosočtverec *ABCD*.**

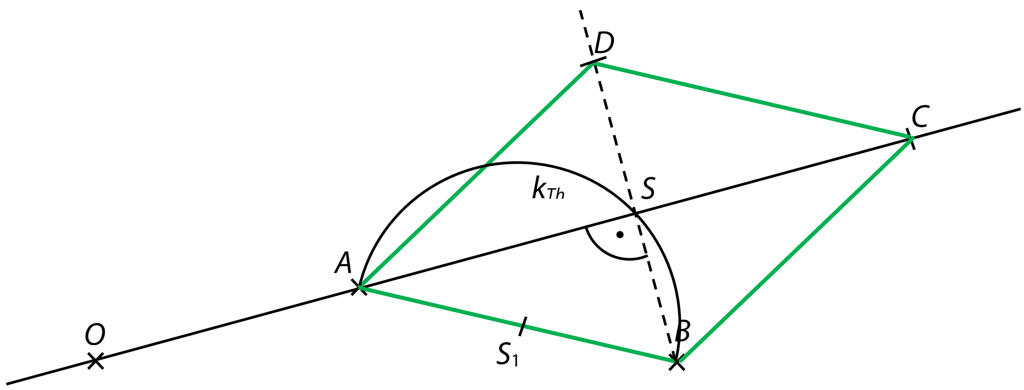
V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (všechny čáry, kružnice nebo jejich části i písmena).

Řešení:

1. AB
2. $\rightarrow OA$
3. $S_1; S_1 \in AB \wedge |AS_1| = |BS_1|$
4. $k_{Th}; k_{Th} (S_1; |S_1A|)$
5. $S; \rightarrow OA \cap k_{Th} = \{S\}$
6. $C; C \in \rightarrow AS \wedge |AS| = |CS|$
7. $\rightarrow BS$
8. $D; D \in \rightarrow BS \wedge |BS| = |DS|$
9. kosočtverec $ABCD$

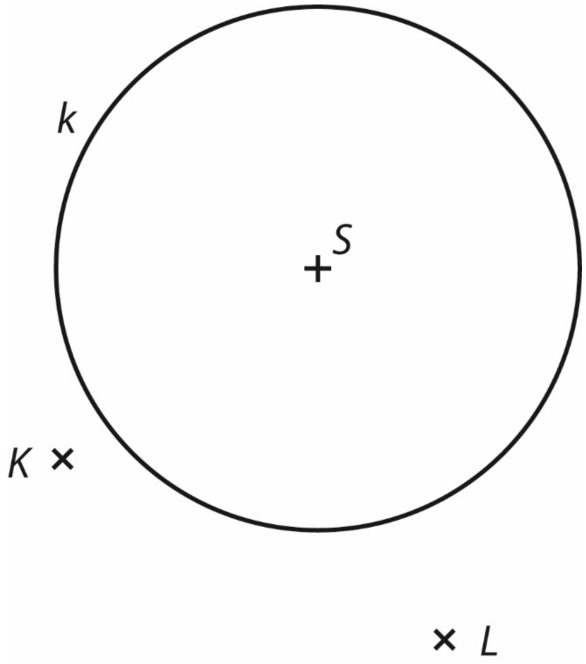
---

1. AB
2. $\rightarrow OA$
3. $k_1; k_1 (B; |AB|)$
4. $C; \rightarrow OA \cap k = \{C\}$
5. $\leftrightarrow p; \leftrightarrow p \,||\, AB \wedge D \in \leftrightarrow p$
6. $k_2; k_2 (C; |AB|)$
7. $D; \leftrightarrow p \cap k_2 = \{D\}$
8. kosočtverec $ABCD$



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině je dána kružnice *k* se středem *S* a body *K*, *L*. Body *K*, *L* jsou vrcholy rovnoramenného trojúhelníku *KLM* se základnou *LM*.



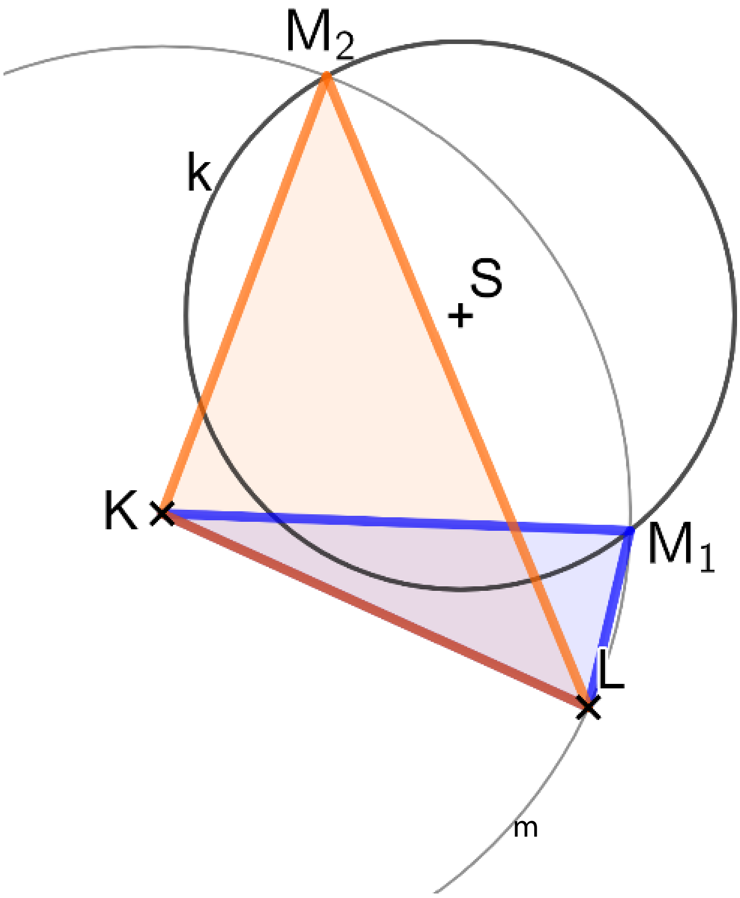
max. 3 body

10 **Sestrojte rovnoramenný trojúhelník *KLM*, leží-li bod *M* na kružnici *k*.**
Nalezněte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (všechny čáry, kružnice nebo jejich části i písmena).

Řešení:

1. KL
2. m; $m(K; |KL|)$
3. M_1; M_2; $k \cap m = \{M_1; M_2\}$
4. trojúhelník KLM_1
5. trojúhelník KLM_2



2 body

11 Hračka stála 250 korun. Nejdříve byla zdražena o 40 % oproti původní ceně, po měsíci pak byla zlevněna o 40 % z nové ceny.

Kolik stála hračka po této dvojí úpravě cen?

A) 200 Kč

B) 210 Kč

C) 230 Kč

D) 250 Kč

E) 280 Kč

Řešení:

250 Kč je 100 % $\Rightarrow$ 2,5 Kč je 1 %

Po zdražení: 140 · 2,5 Kč = 350 Kč

350 Kč je 100 % $\Rightarrow$ 3,5 Kč je 1 %

Po zdražení: 60 · 3,5 = 210 Kč

---

2 body

12 Pekař na trhu prodával malé a velké koláčky. Velký koláček byl o polovinu dražší než malý koláček a stál 30 Kč. Velké koláčky prodal pekař všechny a utržil za ně 3 000 Kč. Desetinu malých koláčků neprodal a za prodané malé koláčky utržil 3 600 Kč.

Kolik pekař původně přivezl na trh malých koláčků?

A) 100

B) 180

C) 200

D) 240

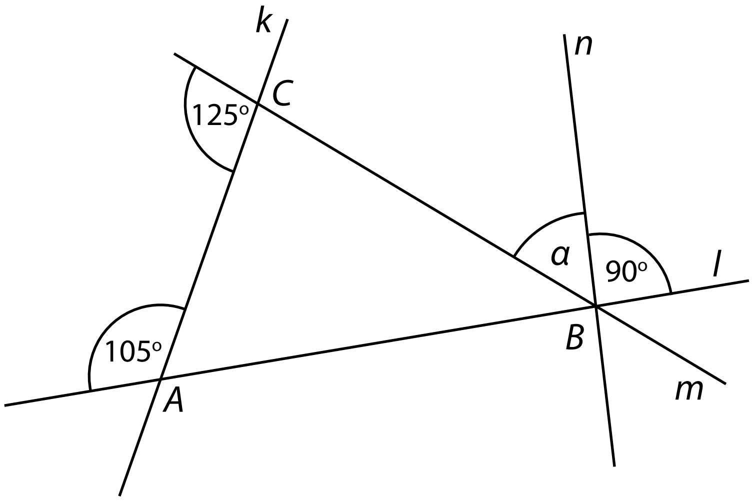
E) jiný počet

Řešení:

Cena velkého koláčku:	30 Kč
Cena malého koláčku:	(30 Kč : 1,5) · 2 = 20 Kč
Počet velkých koláčků:	3 000 Kč : 30 Kč = 100
Počet prodaných malých koláčků:	3 600 Kč : 20 Kč = 180
	180 koláčků je 90 % $\Rightarrow$ 2 koláčky jsou 1 %
Počet všech malých koláčků:	2 · 100 = 200

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

V rovině leží přímky *k*, *l*, *m* a *n*. Průsečíky přímek *k*, *l* a *m* tvoří vrcholy trojúhelníku *ABC*. Bodem *B* prochází také přímka *n*.



2 body

13 Jaká je velikost úhlu *α*?

Velikosti úhlů neměřte, ale vypočítejte (obrázek je ilustrační).

A) 55°

B) 50°

C) 45°

D) 40°

E) 35°

Řešení:

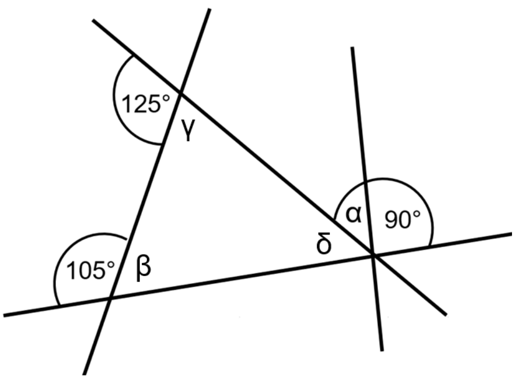
$\beta = 180° - 105° = 75°$

$\gamma = 180° - 125° = 55°$

$\beta + \delta + \gamma = 180°$

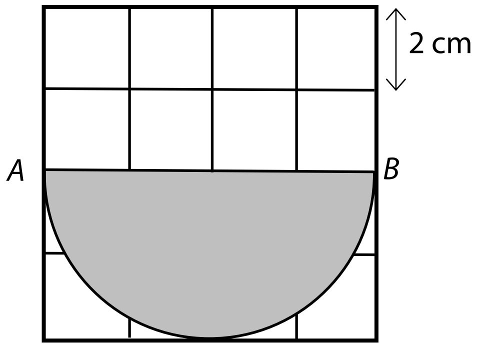
$\Rightarrow \quad \delta = 180° - 55° - 75° = 50°$

$\alpha = 180° - 90° - \delta = 180° - 90° - 50° = 40°$



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Ve čtvercové síti je zakreslen šedý obrazec – půlkruh s průměrem *AB*. Body *A* a *B* leží v mřížových bodech. Délka strany čtverce ve čtvercové síti je 2 cm.



2 body

14 Jaký je obsah šedé části?

Pro výpočet použijte zaokrouhlenou hodnotu čísla *π* z tabulky na začátku testového sešitu.

A) 20,28 cm²

B) 22,56 cm²

C) 24,56 cm²

D) 25,12 cm²

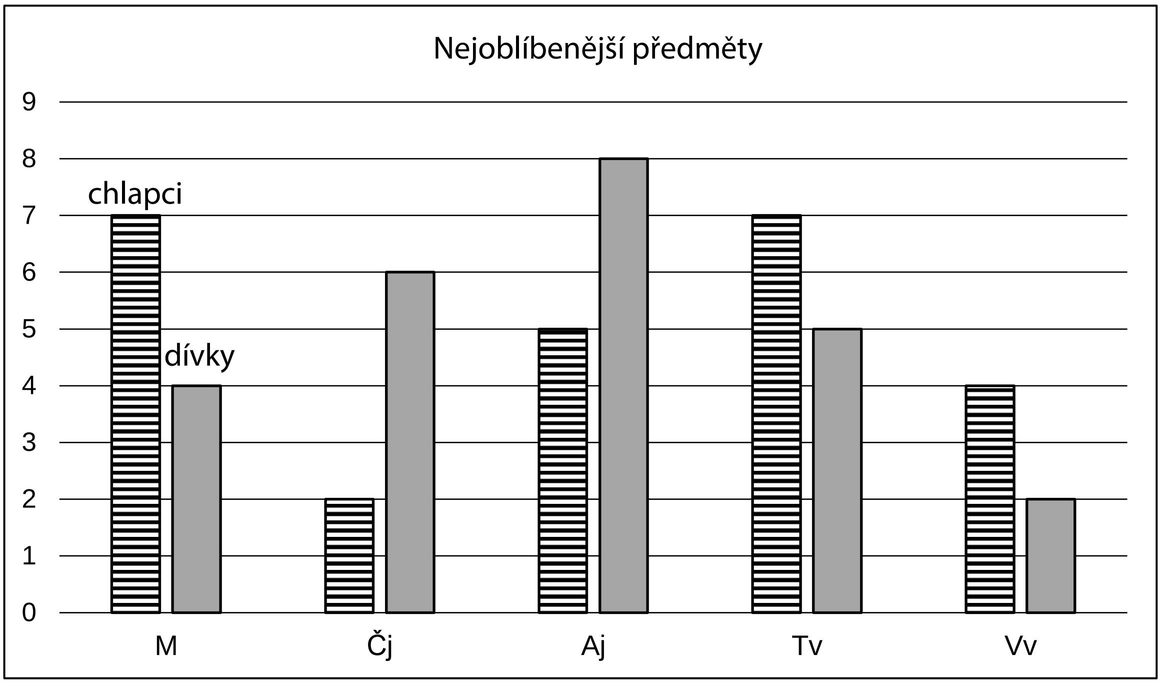
E) 30,24 cm²

Řešení:

$$S_k = \pi r^2 \Rightarrow S = \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2} \cdot 3{,}14 \cdot 4^2 = 25{,}12 \text{ cm}^2$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Žáci 9. ročníku mezi sebou provedli statistický průzkum. Každý žák volil svůj nejoblíbenější předmět, přičemž každý si zvolil právě jeden. Výsledky hlasování jsou zaznamenány v grafu.



max. 3 body

15 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
15.1	V 9. ročníku je stejný počet dívek jako chlapců.	☒	☐
15.2	Český jazyk volilo více než 16 % všech žáků 9. ročníku.	☐	☒
15.3	Počet chlapců, kteří volili matematiku, je o 75 % větší než počet děvčat, která volila také matematiku.	☒	☐

15.1 V 9. ročníku je stejný počet dívek jako chlapců.

Řešení:

Dívky: $7+2+5+7+4=25$

Chlapci: $4+6+8+5+2=25$

15.2 Český jazyk volilo více než 16 % všech žáků 9. ročníku.

Řešení:

Všech žáků: 25 + 25 = 50 žáků

Český jazyk: 8 žáků

50 žáků je 100 % $\Rightarrow$ 0,5 žáka je 1 %

8 : 0,5 = právě 16 %

15.3 Počet chlapců, kteří volili matematiku, je o 75 % větší než počet děvčat, která volila také matematiku.

Řešení:

Dívky: 4 $\Rightarrow$ 100 %

1 dívka = 25 % $\Rightarrow$ 3 dívky = 75 %

4 + 3 = 7

Chlapci: 7

---

max. 6 bodů

16 Přiřaďte ke každé úloze (16.1–16.3) odpovídající výsledek (A–F).

16.1 Lyžařský pobyt stál celkem 7 000 Kč. Cena zahrnovala dopravu, ubytování a lístek na vlek. Doprava tvořila desetinu celkové ceny, 60 % ceny stálo ubytování.

Kolik procent ceny pobytu tvořila cena lístku na vlek? D

Řešení:

Doprava 10 %; ubytování 60 %; lístek 30 %

16.2 Cena učebnice matematiky se snížila na částku 1 500 Kč z původních 2 000 Kč.

Kolik procent činila sleva? C

Řešení:

2 000 Kč je 100 % $\Rightarrow$ 20 Kč je 1 %

Sleva: 500 Kč : 20 Kč = 25 $\Rightarrow$ 25 %

16.3 Petr přivezl nemocnému kamarádovi dárek ze zahraničního zájezdu za 40 EUR. Celkem měl vyměněno 200 EUR.

Kolik procent z vyměněných EUR tvořila cena dárku? B

Řešení:

200 EUR je 100 % $\Rightarrow$ 2 EUR je 1 %

Sleva: 40 EUR : 2 EUR = 20 $\Rightarrow$ 20 %

A) 15 %

B) 20 % **16.3**

C) 25 % **16.2**

D) 30 % **16.1**

E) 40 %

F) jiný výsledek

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.