

### DIDAKTICKÝ TEST

Jméno a příjmení:

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

#### 1 Základní informace k zadání zkoušky

- **Časový limit** pro řešení didaktického testu **je uveden na záznamovém archu**.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Za neuvedené řešení úlohy či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neodčítají záporné body**.
- **Odpovědi píšete do záznamového archu**.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- Didaktický test obsahuje **otevřené** a **uzavřené úlohy**. Uzavřené úlohy obsahují nabídku odpovědí. U každé takové úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Na začátku testového sešitu najdete vybrané **vzorce a vztahy**.

#### 2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Řešení úloh zapisujte do záznamového archu **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- V konstrukčních úlohách rýsujte tužkou a následně vše obtáhněte propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

#### 2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.

1

- Pokud budete chtít provést opravu, původní zápis přeškrtněte a nový uveďte do stejného pole.
- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.

#### 2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.

	A	B	C	D	E
14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvete původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.

	A	B	C	D	E
14	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

**TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!**

**Druhé mocniny čísel 11–20:**

$11^2 = 121$

$16^2 = 256$

$12^2 = 144$

$17^2 = 289$

$13^2 = 169$

$18^2 = 324$

$14^2 = 196$

$19^2 = 361$

$15^2 = 225$

$20^2 = 400$

**Rozklad na součin:**

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b) \cdot (a + b)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b) \cdot (a - b)$$

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

**Přibližné hodnoty čísla  $\pi$ :**

$\pi \doteq 3,14$

$$\pi \approx \frac{22}{7}$$

**Obvod a obsah kruhu o poloměru  $r$ :**

$$o = 2\pi r$$

$$S = \pi r^2$$

V úlohách 1, 2, 4.1, 4.2, 6, 7 a 8 přepište **do záznamového archu** pouze **výsledky**.

**1 bod**

- 1 Města Jihlava a Třebíč mají dohromady 86 200 obyvatel. Jihlava má o 16 000 obyvatel více.

**Kolik obyvatel má Třebíč?**

**Řešení:**

Třebíč ...  $x$  obyvatel  
Jihlava ...  $(x + 16\,000)$  obyvatel  
celkem ... 86 200 obyvatel

$$x + x + 16\,000 = 86\,200$$

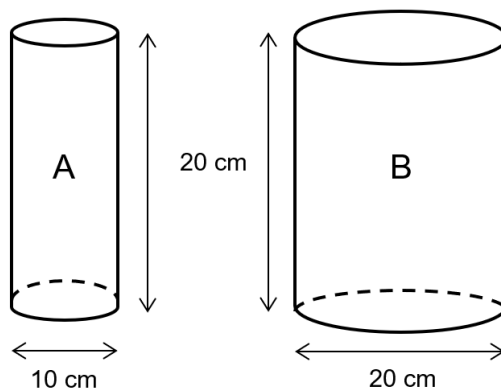
$$2x + 16\,000 = 86\,200$$

$$2x = 70\,200$$

$$x = 35\,100$$

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 2

Dvě válcové nádoby A a B mají stejnou výšku  $v = 20$  cm. Nádoba A má průměr podstavy  $d_1 = 10$  cm, nádoba B má průměr podstavy  $d_2 = 20$  cm. Nádoba A je naplněna až po okraj vodou, nádoba B je prázdná.



**2 body**

- 2 **Do jaké výšky bude sahat voda v nádobě B, pokud všechnu vodu z nádoby A přelijeme do nádoby B?**

Pro výpočet použijte zaokrouhlenou hodnotu čísla  $\pi$  z tabulky na začátku testového sešitu.

**Řešení:**

Objem nádoby A:  $V_A = S_{pA} \cdot v = \pi r_A^2 \cdot v = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 20 = 1570 \text{ cm}^3$

Výška vody v nádobě B:  $V_A = S_{pB} \cdot v_v = \pi r_B^2 \cdot v_v$

$$\Rightarrow v_v = \frac{V_A}{\pi \cdot r_B^2} = \frac{1570 \text{ cm}^3}{3,14 \cdot (10 \text{ cm})^2} = 5 \text{ cm}$$

**3 Vypočítejte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.****Do záznamového archu uveďte u obou podúloh celý postup řešení.**

$$3.1 \quad \frac{\frac{7}{5} + 3,3 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{15} + \frac{1}{3}} =$$

**Řešení:**

$$\frac{\frac{7}{5} + 3,3 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{15} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{14}{10} + \frac{33}{10} - \frac{5}{10}}{\frac{1}{15} + \frac{5}{15}} = \frac{\frac{42}{10}}{\frac{6}{15}} = \frac{42}{10} \cdot \frac{15}{6} = \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{1} = \frac{21}{2}$$

$$3.2 \quad \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} : \frac{5}{6}\right) - \frac{7}{2} + \frac{3}{5} : \frac{3}{2} - 1 =$$

**Řešení:**

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} : \frac{5}{6}\right) - \frac{7}{2} + \frac{3}{5} : \frac{3}{2} - 1 = \\ & = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5}\right) - \frac{7}{2} + \frac{2}{5} - 1 = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5}\right) - \frac{7}{2} + \frac{2}{5} - 1 = \frac{9}{10} - \frac{35}{10} + \frac{4}{10} - \frac{10}{10} = -\frac{32}{10} = -\frac{16}{5} \end{aligned}$$

**4 Proveďte úpravu výrazů.**

4.1 Umocněte a zjednodušte.

Výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.

$$\left(\frac{b}{3} - 3b\right)^2 =$$

**Řešení:**

$$\left(\frac{b}{3} - 3b\right)^2 = \left(\frac{b}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{b}{3} \cdot 3b + (3b)^2 = \frac{b^2}{9} - 2b^2 + 9b^2 = \frac{b^2 + 63b^2}{9} = \frac{64}{9} b^2$$

$$\left(\frac{b}{3} - 3b\right)^2 = \left(\frac{1}{3}b - \frac{9}{3}b\right)^2 = \left(-\frac{8}{3}b\right)^2 = \frac{64}{9} b^2$$

4.2 Upravte a výsledný výraz rozložte na součin pomocí vzorců:

$$5 - (1 - x^2) - x \cdot 2x =$$

**Řešení:**

$$5 - (1 - x^2) - x \cdot 2x = 5 - 1 + x^2 - 2x^2 = 4 - x^2 = (2 + x) \cdot (2 - x)$$

4.3 Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

$$(c-7) \cdot (c-7) - (c-5) \cdot 3c + c \cdot (c+c) =$$

**Do záznamového archu** uveďte u podúlohy 4.3 **celý postup řešení**.

**Řešení:**

$$\begin{aligned}(c-7) \cdot (c-7) - (c-5) \cdot 3c + c \cdot (c+c) &= \\ = (c^2 - 14c + 49) - (3c^2 - 15c) + 2c^2 &= c^2 - 14c + 49 - 3c^2 + 15c + 2c^2 = c + 49\end{aligned}$$

---

**max. 4 body**

**5 Řešte rovnice.**

**Do záznamového archu** uveďte u obou podúloh **celý postup řešení**.

Zkoušku nezapisujte.

5.1  $\left(x + \frac{1}{2}x\right) \cdot 2 = \left(x + \frac{1}{6}x\right) \cdot 2 + 6$

**Řešení:**

$$\left(x + \frac{1}{2}x\right) \cdot 2 = \left(x + \frac{1}{6}x\right) \cdot 2 + 6$$

$$2x + x = 2x + \frac{1}{3}x + 6$$

$$3x = 2x + \frac{1}{3}x + 6 \quad / \cdot 3$$

$$9x = 6x + x + 18$$

$$2x = 18$$

$$x = 9$$

5.2  $\frac{1}{2} \cdot (x+2) - (x-2)^2 = 6 - x^2$

**Řešení:**

$$\frac{1}{2} \cdot (x+2) - (x-2)^2 = 6 - x^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot (x+2) - (x^2 - 4x + 4) = 6 - x^2 \quad / \cdot 2$$

$$x + 2 - 2x^2 + 8x - 8 = 12 - 2x^2$$

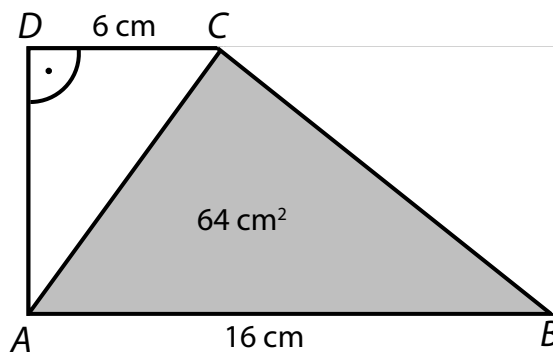
$$9x - 6 = 12$$

$$9x = 18$$

$$x = 2$$

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Pravoúhlý lichoběžník  $ABCD$  se základnami  $AB$  a  $CD$  a s pravým úhlem při vrcholu  $D$  je úhlopříčkou  $AC$  rozdělen na dva trojúhelníky  $ABC$  a  $ACD$ .  
Pro délky stran platí:  $|AB| = 16 \text{ cm}$ ,  $|CD| = 6 \text{ cm}$ . Obsah trojúhelníku  $ABC$  je  $64 \text{ cm}^2$ .



max. 4 body

6

6.1 **Vypočítejte výšku lichoběžníku  $ABCD$ .**

Výsledek uveďte v cm.

**Řešení:**

$$S_{ABC} = \frac{|AB| \cdot v_{AB}}{2} \Rightarrow v_{AB} = \frac{2 \cdot S_{ABC}}{|AB|} = \frac{2 \cdot 64 \text{ cm}^2}{16 \text{ cm}} = 8 \text{ cm}$$

6.2 **Vypočítejte obsah lichoběžníku  $ABCD$ .**

Výsledek uveďte v  $\text{cm}^2$ .

**Řešení:**

$$S_{ABCD} = \frac{|AB| + |DC|}{2} \cdot |AD| = \frac{16 \text{ cm} + 6 \text{ cm}}{2} \cdot 8 \text{ cm} = 88 \text{ cm}^2$$

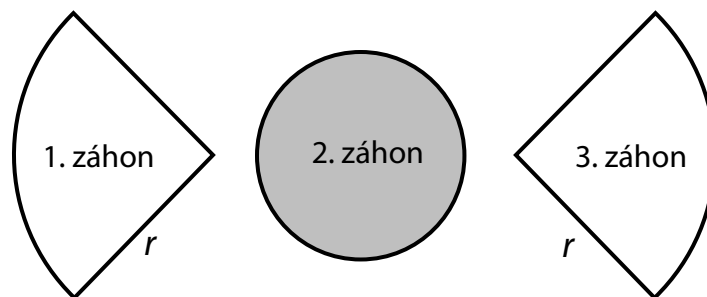
nebo

$$S_{ACD} = \frac{|DC| \cdot |DA|}{2} = \frac{6 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm}}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = 64 \text{ cm}^2 + 24 \text{ cm}^2 = 88 \text{ cm}^2$$

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V parku jsou 3 okrasné záhony. První a třetí záhon o stejné velikosti mají tvar čtvrtkruhu, druhý záhon má tvar kruhu. Každý ze tří záhonů má obsah  $314 \text{ dm}^2$ .



max. 4 body

7

V podúlohách 7.1 a 7.2 pro výpočet použijte zaokrouhlenou hodnotu čísla  $\pi$  z tabulky na začátku testového sešitu.

7.1 **Vypočítejte obvod druhého (kruhového) záhonu.**

Výsledek uveďte v celých metrech.

**Řešení:**

$$S = \pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{314 \text{ dm}^2}{3,14}} = \sqrt{100 \text{ dm}^2} = 10 \text{ dm} = 1 \text{ m}$$

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 1 \text{ m} = 6,28 \text{ m} \doteq 6 \text{ m}$$

7.2 **Vypočítejte poloměr  $r$  jednoho z čtvrtkruhových záhonů.**

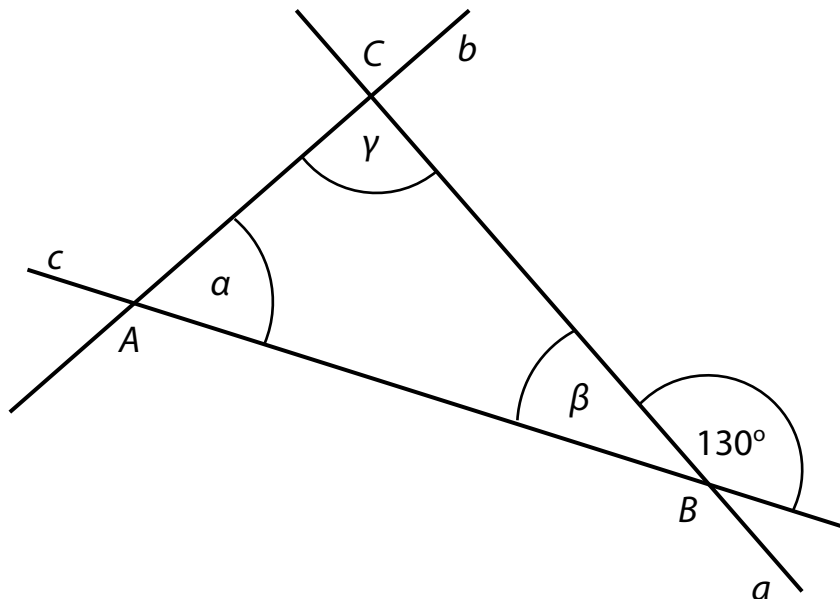
Výsledek uveďte v celých metrech.

**Řešení:**

$$S = \pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 314 \text{ dm}^2}{3,14}} = \sqrt{400 \text{ dm}^2} = 20 \text{ dm} = 2 \text{ m}$$

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Trojúhelník  $ABC$  je vymezen třemi různoběžkami  $a, b, c$ . Přímky  $a$  a  $c$  svírají úhel  $130^\circ$  a velikosti úhlů  $a$  a  $\gamma$  jsou v poměru  $2:3$ .



max. 4 body

8

8.1 **Vypočítejte velikost vnitřního úhlu  $\gamma$  při vrcholu C.**

**Řešení:**

$$\text{Výpočet úhlu } \beta: \beta = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \gamma = 180^\circ - \beta = 130^\circ$$

$$\alpha : \gamma = 2 : 3$$

$$5 \text{ dílů: } 130^\circ$$

$$1 \text{ díl: } 130^\circ : 5 = 26^\circ$$

$$\text{úhel } \alpha = 2 \cdot 26^\circ = 52^\circ$$

$$\text{úhel } \gamma = 3 \cdot 26^\circ = 78^\circ$$

8.2 **Vypočítejte rozdíl  $\alpha - \beta$  vnitřních úhlů  $\alpha$  a  $\beta$ .**

Velikosti úhlů neměřte, ale vypočítejte (obrázek je ilustrační).

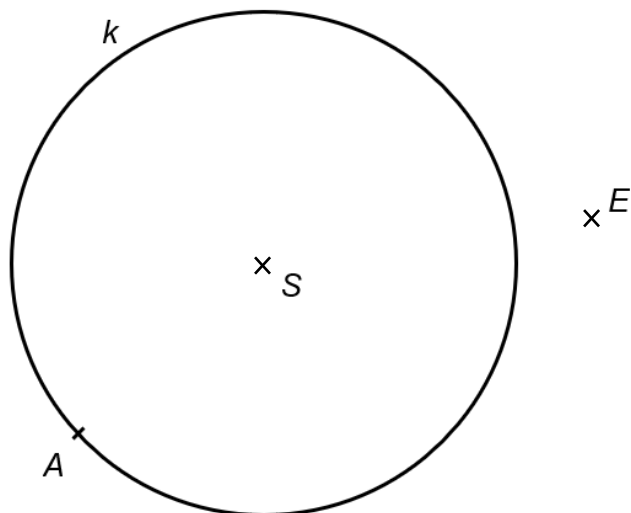
**Řešení:**

$$\alpha - \beta = 52^\circ - 50^\circ = 2^\circ$$



## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině leží bod  $E$  a kružnice  $k$  se středem  $S$ , která prochází bodem  $A$ . Bod  $A$  je vrchol pravouhlého lichoběžníku  $ABCD$  se základnami  $AB$  a  $CD$  a pravým úhlem při vrcholu  $A$ . Vrcholy  $C$  a  $D$  tohoto lichoběžníku leží na kružnici  $k$ , bod  $E$  je střed ramene  $BC$ .



max. 3 body

- 9 Sestrojte zbývající vrcholy  $B$ ,  $C$  a  $D$  lichoběžníku  $ABCD$ , označte je písmeny a lichoběžník narýsujte.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (všechny čáry, kružnice nebo jejich části i písmena).

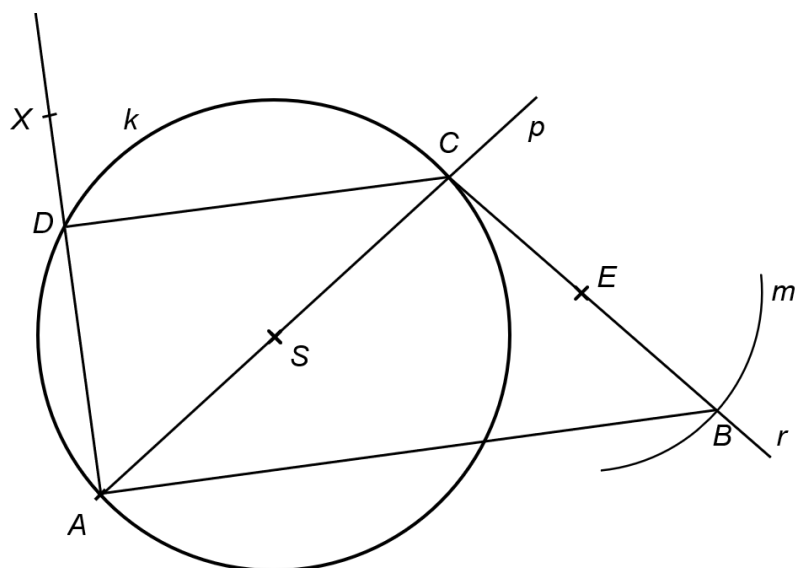
### Řešení:

1.  $\rightarrow AS$
2.  $C; \rightarrow AS \cap k = \{C\}$
3.  $\rightarrow CE$
4.  $m; m(E; |EC|)$
5.  $B; \rightarrow CE \cap M = \{B\}$
6.  $AB$
7.  $\sphericalangle BAX; |\sphericalangle BAX| = 90^\circ$

### Poznámka:

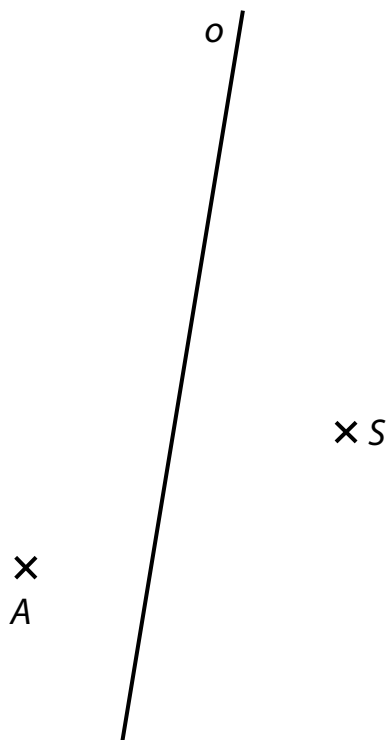
Kružnice  $k$  je Thaletova kružnice pro trojúhelník  $ACD$  s přeponou  $AC$  a pravým úhlem u vrcholu  $D$ .

8.  $D; \rightarrow AX \cap k = \{D\}$



### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině je dána přímka  $o$  a body  $A$  a  $S$ , které neleží na přímce  $o$ . Bod  $A$  je vrchol rovnoramenného lichoběžníku  $ABCD$ , bod  $S$  je střed strany  $BC$ . Přímka  $o$  je osa souměrnosti lichoběžníku.



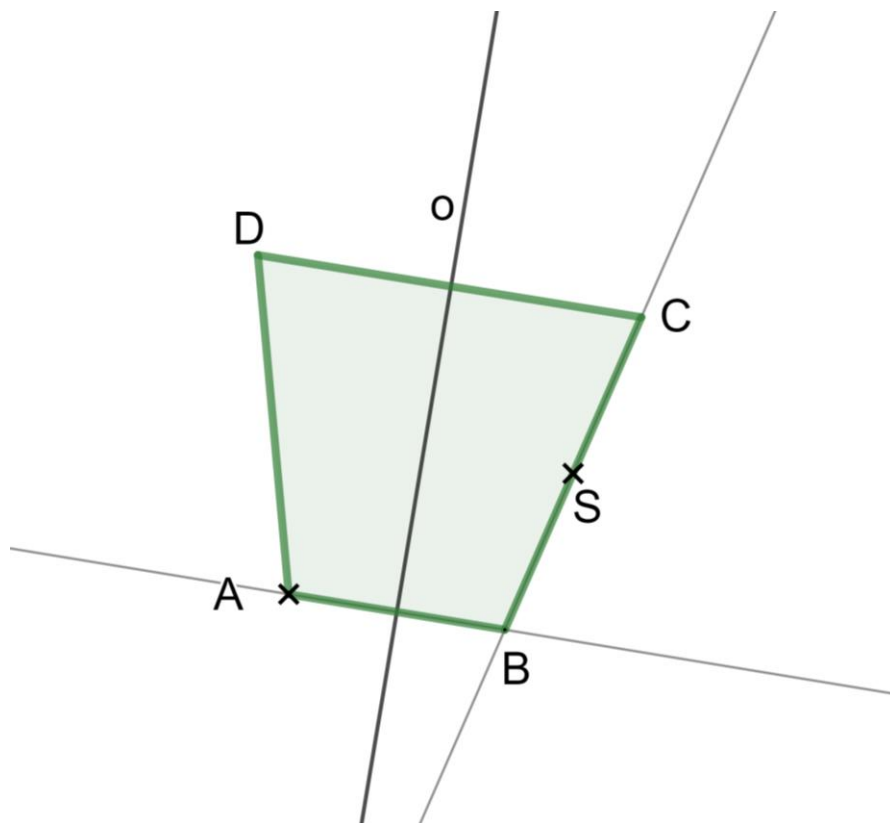
max. 3 body

10 Sestrojte lichoběžník  $ABCD$ .

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (všechny čáry, kružnice nebo jejich části i písmena).

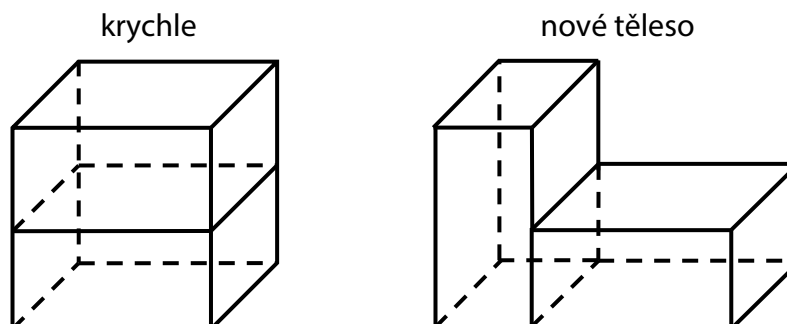
### Řešení:

1.  $O(o): A \rightarrow B$
2.  $\rightarrow BS$
3.  $C; C \in \rightarrow BS \wedge |BS| = |CS|$
4.  $O(o): C \rightarrow D$
5. lichoběžník  $ABCD$



## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Krychle má délku hrany 3 dm. Krychli rozdělíme vodorovným řezem na dva shodné hranoly a vytvoříme nové těleso.



2 body

11 O kolik  $\text{dm}^2$  se zvětší povrch nového tělesa?

- A) o  $4,5 \text{ dm}^2$
- B) o  $9 \text{ dm}^2$**
- C) o  $18 \text{ dm}^2$
- D) oba povrchy jsou stejné
- E) jiný výsledek

**Řešení:**

Povrch krychle:  $S = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot (3 \text{ dm})^2 = 54 \text{ dm}^2 \Rightarrow 12 \text{ p\u016fstran}$   
1 p\u016fstrana =  $4,5 \text{ dm}^2$

Povrch tělesa:  $14 \text{ p\u016fstran} = 63 \text{ dm}^2 \Rightarrow 63 \text{ dm}^2 - 54 \text{ dm}^2 = 9 \text{ dm}^2$

2 body

12 Dva sourozenci Eva a Michal šetří společně na dárek pro rodiče. Eva našetřila 40 % potřebné částky, Michal o 24 korun více než Eva. Sourozencům zbývá našetřit 72 korun.

**Kolik korun stojí dárek?**

- A) 96 Kč
- B) 120 Kč
- C) 480 Kč**
- D) 1 920 Kč
- E) jiný výsledek

**Řešení:**

Eva	... $0,4x$	$0,4x + (0,4x + 24) + 72 = x$
Michal	... $0,4x + 24$	$0,8x + 96 = x$
zbývá	... $72$	$96 = 0,2x$
celkem	... $x$	$x = 480$

---

**2 body**

- 13** V divadle bylo těsně před začátkem představení v sále obsazeno 70 % sedadel. Po začátku představení přišlo se zpožděním ještě 11 lidí a obsazenost sálu se tím zvýšila na 75 %.

**Jaká je kapacita sálu?**

- A) méně než 200  
B) 200  
C) 210  
**D) 220**  
E) více než 220

**Řešení:**

11 osob je 5 % sálu  $\Rightarrow$  2,2 osoby je 1 %  $\Rightarrow$  100 % je 220 osob

---

**2 body**

- 14** Tři kamarádi Petr, Cyril a Honza čtou komiksy. Petr přečetl o 3 komiksy více než Cyril, Honza přečetl o osminu komiksů více než Cyril. Petr a Honza přečetli stejný počet komiksů.

**Kolik komiksů přečetl Petr?**

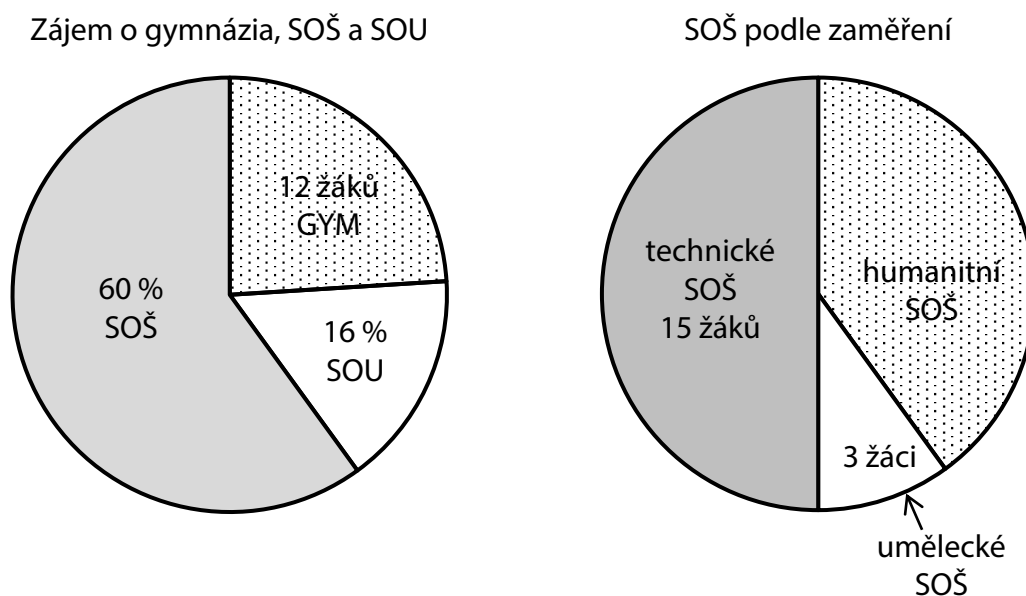
- A) 22  
B) 24  
C) 25  
D) 26  
**E) 27**

**Řešení:**

Petr	... $x + 3 = 24 + 3 = 27$	$x + 3 = \frac{9}{8}x \Rightarrow \frac{1}{8}x = 3$ $x = 24$
Pavel	... $x$	
Honza	... $x + \frac{1}{8}x = \frac{9}{8}x$	

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Všichni žáci 9. A a 9. B odpověděli v průzkumu, jakou střední školu chtějí studovat. Žáci chtějí na gymnázia (GYM), střední odborné školy (SOŠ) nebo střední odborná učiliště (SOU). Ti, kteří chtějí na střední odbornou školu, uvedli také obor zaměření – humanitní, technický či umělecký. Výsledky průzkumu jsou zaznamenány v grafech. Na gymnázia chce jít studovat 12 žáků. Nejmenší zájem je o odborná učiliště, kam chce jít 16 % žáků. Největší zájem je o střední odborné školy, na kterých chtějí studovat všichni, kteří nechtějí jít na gymnázia ani na odborná učiliště. Na uměleckou střední školu chtějí 3 žáci, 15 žáků na technicky zaměřenou střední školu, ostatní, kteří chtějí na střední odborné školy, by si vybrali humanitní obor.



max. 3 body

15 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

15.1 Na uměleckou střední školu chce jít 6 % všech žáků.

A N

15.2 V 9. A a 9. B je celkem více než 50 žáků.

15.3 Na gymnázia a na humanitní střední školy se chce hlásit stejný počet žáků.

### Řešení:

Žáci gymnázia:  $100\% - 60\% - 16\% = 24\%$  to je 12 žáků

1 % je 0,5 žáka  $\Rightarrow$  všech žáků je 50

Žáci uměleckých SŠ: 3 žáci je 6 %

Žáci SŠ: 60 % je 30 žáků

Žáci humanitních škol: 30 žáků - (15 + 3) žáků = 12 žáků

- 16** Deset zedníků dokončí stavbu budovy za 20 dní. Všichni zedníci jsou stejně výkonní a pracují rovnoměrným tempem.

**Přiřadte ke každé úloze (16.1–16.3) odpovídající výsledek (A–F).**

- |      |   |                  |
|------|---|------------------|
| 16.1 | Za kolik dní dokončí stavbu budovy 4 zedníci?   | <u>    E    </u> |
| 16.2 | Kolik zedníků dokončí stavbu budovy za 5 dní?   | <u>    D    </u> |
| 16.3 | Kolik dní bude trvat dokončení stavby budovy, jestliže na první polovině stavby pracuje 8 zedníků a současně na druhé polovině stavby pracuje 10 zedníků? | <u>    C    </u> |
- A) 10  
**B) 12,5 16.3**  
 C) 22,5  
**D) 40 16.2**  
**E) 50 16.1**  
 F) 52,5

- 16.1 Za kolik dní dokončí stavbu budovy 4 zedníci?

**Řešení:**

20 dní ... 10 zedníků

x dní ... 4 zedníci

$$\frac{x}{20} = \frac{10}{4} \Rightarrow x = 50$$

- 16.2 Kolik zedníků dokončí stavbu budovy za 5 dní?

**Řešení:**

20 dní ... 10 zedníků

5 dní ... y zedníků

$$\frac{y}{10} = \frac{20}{5} \Rightarrow y = 40$$



16.3 Kolik dní bude trvat dokončení stavby budovy, jestliže na první polovině stavby pracuje 8 zedníků a současně na druhé polovině stavby pracuje 10 zedníků?

**Řešení:**

20 dní ... 10 zedníků  $\Rightarrow$  10 dělníků udělá polovinu práce za 10 dní

$z_1$  dní ... 8 zedníků

$z_2$  dní ... 10 zedníků  $\Rightarrow z_2 = 10$  dní

$$\frac{z_1}{10} = \frac{10}{8} \Rightarrow z_1 = 12,5$$

$z = z_1 = 12,5$  dne